

APLICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN PARA EL MEJORAMIENTO
DEL APRENDIZAJE DEL PERÍMETRO Y EL ÁREA DE POLÍGONOS

MARIBEL LÓPEZ MOZO

MÓNICA DEL CARMEN PÉREZ MERCADO

MARTHA CECILIA POSADA THOMAS

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO
BARRANQUILLA
2017

APLICACIÓN DE LOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN PARA EL MEJORAMIENTO
DEL APRENDIZAJE DEL PERÍMETRO Y EL ÁREA DE POLÍGONOS

MARIBEL LÓPEZ MOZO

MÓNICA DEL CARMEN PÉREZ MERCADO

MARTHA CECILIA POSADA THOMAS

Trabajo de Grado para optar por el Título de
Magister en Educación con Énfasis en Pensamiento Matemático

Director

M Sc Carlos Javier Rojas Álvarez

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO
BARRANQUILLA
2017

Índice de Contenido

	Pág.
Índice de Contenido	III
Índice de Tablas	IV
Índice de Figuras	V
Índice de Anexos	VII
1. Autobiografía	8
2. Autodiagnóstico de la Práctica Pedagógica y Planteamiento del problema	15
3. Justificación	19
4. Objetivos	21
4.1 Objetivo general	21
4.2 Objetivos específicos	21
5. Marco Teórico	22
5.1 Marco legal	22
5.2 Fundamento disciplinar	23
5.2.1 Investigaciones y dificultades acerca del aprendizaje del perímetro y el área.	23
5.2.2 Definición de la variable: Aprendizaje de perímetro y área.	25
5.3 Fundamento pedagógico	26
6. Propuesta de Innovación	28
6.1 Contexto de aplicación	28
6.2 Planeación de la innovación	29
6.2.1 Etapas de la propuesta de innovación	29
6.2.2. Cronograma de implementación	30
6.2.3.1 Actividad 1. Aplicación de la pre prueba	32
6.2.3.2 Actividad 2. Elementos básicos de la geometría	33
6.2.3.3 Actividad 3. Uso de los términos perímetro y área en la vida cotidiana	33
6.2.3.4 Actividad 4. Conservación del perímetro	34
6.2.3.5 Actividad 5. Identificación y construcción de figuras isoperimétricas	36
6.2.3.6 Actividad 6. Recubrimiento de polígonos con unidad patrón y polígonos equivalentes.	36
6.2.3.7 Actividad 7. Perímetro de polígonos con diagonales	37
6.2.3.8 Actividad 8. Sistema métrico decimal	38

6.2.3.9 Actividad 9. Perímetro y área con unidades estandarizadas	39
6.2.3.10 Actividad 10. Estimación.....	39
6.2.3.11 Actividad 11. Aritmetización.....	40
6.2.3.12 Actividad 12.Aplicación de la pos prueba y encuesta de valoración de la metodología	41
6.3 Evidencias de la aplicación	42
6.4 Resultados	42
6.4.1 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del perímetro.....	45
6.4.2 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del área (CA).	46
6.4.3 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del perímetro del rectángulo (APR).	47
6.4.4 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del perímetro del triángulo (APT).....	48
6.4.5 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de perímetro (UP).	49
6.4.6 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del área del rectángulo (AAR).	50
6.4.7 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del área del triángulo (AAT).....	51
6.4.8 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de área (UA).	52
6.4.9 Resultado referido al objetivo de los errores más frecuentes en el aprendizaje del perímetro y del área.	52
6.4.10 Resultado referido a la valoración de la metodología por parte de las alumnas.....	56
7.Reflexión sobre la práctica realizada	58
8. Conclusiones	59
9. Recomendaciones	61
10. Referencias.....	62
11. Anexos	64

Índice de Tablas

Pág.

Tabla 1. Logros, expectativas retrocesos y compromisos de mejoramiento de Maribel López Mozo	9
Tabla 2. Logros, expectativas retrocesos y compromisos de mejoramiento de Mónica del Carmen Pérez Mercado	11
Tabla 3. Logros, expectativas retrocesos y compromisos de mejoramiento de Martha Cecilia Posada Thomas	13
Tabla 4. Resumen de los estadios de la comprensión de la medida	24
Tabla 5. Contexto de aplicación	28
Tabla 6. Etapas de diseño y aplicación	29
Tabla 7. Cronograma	31
Tabla 8. Actividades Planeadas vs Actividades Desarrolladas	32
Tabla 9. Resultados de la Pre Prueba	42
Tabla 10. Resultados de la Pos Prueba	44
Tabla 11. Errores más frecuentes en el aprendizaje de perímetro y área	53
Tabla 12. Resultados de la encuesta	56
Tabla 13. Reflexión sobre la práctica realizada	58

Índice de Figuras

	Pág.
<i>Figura No. 1.</i> Mejoramiento en la conservación del perímetro.....	45
<i>Figura No. 2.</i> Mejoramiento en la conservación del área.....	46
<i>Figura No. 3.</i> Mejoramiento en la aritmetización del perímetro del rectángulo.	47
<i>Figura No. 4.</i> Mejoramiento en la aritmetización del perímetro del triángulo.....	48
<i>Figura No. 5.</i> Mejoramiento en el uso de unidades de perímetro.....	49
<i>Figura No. 6.</i> Mejoramiento en la aritmetización del área del rectángulo.	50
<i>Figura No. 7.</i> Mejoramiento en la aritmetización del área del triángulo.....	51
<i>Figura No. 8.</i> Mejoramiento en el uso de unidades de área.	52

Índice de Anexos

Pág.

Anexo 1. Pre Prueba.....	64
Anexo 2. Pos Prueba.....	66
Anexo 3. Criterios y rango de valoración de las pruebas	68
Anexo 4. Encuesta para determinar la valoración de la metodología con relación al desarrollo de la innovación pedagógica.....	69
Anexo 5. Evidencia fotográfica de la propuesta de innovación.....	70
Anexo 6. Talleres implementados en la innovación	75

1. Autobiografía

Maribel López Mozo, soy egresada de la Universidad del Atlántico en la licenciatura en Matemáticas y Física en el año 1998. En la actualidad tengo 16 años de experiencia en la labor educativa. En el 2008 vinculada al sector oficial, adscrita a la Secretaría de Educación de Barranquilla, en calidad de docente en periodo de prueba. En el 2009 nombrada en propiedad bajo decreto de emanado por Secretaría de Educación y avalado por el Ministerio Nacional de Educación de Colombia. Desde el año 2008 me encuentro laborando en la IED María Inmaculada de la ciudad de Barranquilla como docente, orientando las asignaturas de Matemática, Geometría, Estadística, tutor de curso y jefe de área entre otras funciones. Me siento con un alto sentido de pertenencia con la institución, y sobre todo con el compromiso social que genera mi labor docente.

Me considero una persona responsable, organizada, honesta, trabajadora, líder, capaz, sincera y con un alto sentido de la amistad, compañerismo y trabajo en equipo. Todo esto hace que cada vez más quiera seguir mejorando tanto en lo personal como profesional. Por eso cuando surgió la oportunidad de cursar la maestría en Educación no hubo ninguna duda en mí de que era la momento de realizarla y elevar mi nivel académico, profesional, personal y con esto poder brindar a mis estudiantes un mejor calidad de educación, para lograr transformar vidas y contribuir en la formación de personas críticas y con alto sentido social. En la siguiente tabla 1 están mis logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento por semestre:

Tabla 1

Logros, expectativas retrocesos y compromisos de mejoramiento de Maribel López Mozo

SEMESTRE	INFORMACIÓN
I	Logros: Fortalecer la motivación y la sensibilidad en la labor que realizo como docente y tutor de grupo. Apropiación de nuevas estrategias didácticas para la enseñanza de las Matemáticas.
	Expectativas: Cambio positivo que se debe dar en el proceso de aprendizaje de mis estudiantes al implementar nuevas estrategias didácticas
	Retrocesos: Realizar algunas clases de forma magistral para cumplir con plan de clases propuestos con anterioridad. Organizar las actividades diarias para poder dedicar más tiempo a mi preparación académica y así combinar la vida laboral, personal y poder cumplir con todos mis deberes.
	Compromisos de mejoramiento: Implementación de estrategias didácticas relacionadas con el pensamiento Matemático en el desarrollo de las clases para hacerlas más dinámicas e interesantes. Fortalecer los lazos entre mis estudiantes para poder conocer intereses, motivaciones, fortalezas y debilidades que me sirvan para mejorar el proceso de enseñanza.
II	Logros: Utilizar la pregunta como medio para generar en los estudiantes un pensamiento crítico. Identificar y utilizar la teoría curricular más apropiada para la planeación curricular de la institución haciendo uso de lineamiento, estándares, DBA, componentes, competencias y procesos.
	Expectativas: Incrementar la participación de las estudiantes con propiedad y dominio conceptual haciendo uso de la pregunta como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza.
	Retrocesos: Implementar formato de malla curricular a nivel institucional que facilite y mejore los procesos académicos.
	Compromisos de mejoramiento: Utilizar la pregunta como base del desarrollo del pensamiento crítico de mis estudiantes en varias de las clases.
	Logros: Incluir nuevas herramientas de evaluación que dinamicen el proceso de

III	enseñanza. Apropiar e implementar nuevas estrategias didácticas en el desarrollo de los pensamientos: numérico, variacional y geométrico.
	Expectativas: Mejoramiento académico de mis estudiantes por la implementación de nuevas herramientas didácticas y evaluativas en el proceso de enseñanza.
	Retrocesos: No hacer uso en todas las clases de referentes teóricos que fortalezcan el proceso de enseñanza-aprendizaje.
	Compromisos de mejoramiento: Diseñar y utilizar diversas herramientas didácticas (material manipulable e interactivo) para el desarrollo de las clases.
IV	Logros: Diseñar una propuesta de innovación que mejore la enseñanza del perímetro y área en los estudiantes de la básica secundaria.
	Expectativas: Implementar con éxito la propuesta de innovación y obtener mejoramiento en el proceso de enseñanza del perímetro y área de polígonos.
	Retrocesos: Desarrollo de innovación en corto periodo de tiempo, limitando la realización de actividades para el proceso de mejoramiento planificado.
	Compromisos de mejoramiento: Ajustar e implementar la propuesta de innovación para estudiantes de básica primaria y secundaria en el desarrollo del plan de mejoramiento institucional relacionado con las buenas prácticas pedagógicas.

Mónica del Carmen Pérez Mercado, soy egresada en 1992 de la Universidad del Atlántico de la Facultad de Educación, Especialidad en Matemáticas y Física, laboré en el año 1993 en el Liceo Gerardo Valencia Cano, en 1994 en el Colegio de María Auxiliadora, desde 1995 a 1997 en el Colegio San Miguel del Rosario, actualmente laboro como docente en la Institución Educativa Distrital María Inmaculada desde 1998. El deseo permanente de aprender es el motor que mueve muchas decisiones en la vida de las personas. Mi caso no es la excepción, la actualización constante es una de las metas que como profesional me he fijado. Es por ello que cuando inició la convocatoria para el programa de Becas para la Excelencia Docente, fue una magnífica oportunidad que dudé poco en desaprovechar.

Las expectativas al ingresar a la maestría fueron muchas, la principal fue el deseo de adquirir más herramientas que permitieran fomentar un aprendizaje significativo en las estudiantes.

Como persona y profesional me considero responsable, comprometida con las actividades que me corresponden, presta a la colaboración cuando se requiere. Aplico diversas estrategias en las clases que motiven el deseo de aprender en las estudiantes. Una de las dificultades que he encontrado ha sido combinar tiempo de trabajo, estudio y familia. En la siguiente tabla 2 están mis logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento por semestre:

Tabla 2

Logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento de Mónica Pérez Mercado

SEMESTRE	INFORMACIÓN
I	Logros: Trabajar en equipo.
	Expectativas: Encontrar nuevas herramientas que permitieran mejorar la práctica docente.
	Retrocesos: Adaptar los horarios de los compromisos familiares, laborales y sociales con los académicos.
	Compromisos de mejoramiento: Profundizar en los referentes teóricos de cada uno de los pensamientos matemáticos.
II	Logros: Profundizar los conocimientos en diseño de currículo y en didáctica de la pregunta.
	Expectativas: Encontrar nuevos aportes didácticos en cada uno de los pensamientos matemáticos
	Retrocesos: Aplicar nuevas estrategias en la enseñanza del área sin unificarlas con los demás docentes.
	Compromisos de mejoramiento: Aplicar de manera organizada las estrategias didácticas aprendidas en los seminarios del énfasis.
	Logros: Conocer y aplicar nuevas estrategias didácticas que ayudan a potenciar cada uno de los pensamientos.

III	Expectativas: Valorar la aplicación de la propuesta de innovación.
	Retrocesos: Cambios en los requerimientos del trabajo final de la Maestría.
	Compromisos de mejoramiento: Adaptación de las actividades propuestas para ir acorde con los requerimientos del trabajo final.
IV	Logros: Aplicación de la propuesta de innovación pedagógica
	Expectativas: Analizar los resultados obtenidos luego de la aplicación de la propuesta de innovación.
	Retrocesos: Intentar abarcar más temáticas en un espacio de tiempo inadecuado, sin profundizar en una temática en particular.
	Compromisos de mejoramiento: Ajustar las estrategias que mostraron dificultades en el desarrollo de la aplicación.

Martha Cecilia Posada Thomas, soy egresada de la Universidad del Atlántico de la Facultad de Educación, Especialidad en Matemáticas y Física en el año 1994. Nombrada docente Distrital en diciembre del año 1997, pertenezco al decreto 2277 de 1979 y me encuentro en el grado 14 del escalafón docente. Laboré por ocho años en el C.E.B N° 99 y desde el año 2006 en la Institución Educativa Distrital María Inmaculada desempeñándome como docente en el área de matemática, además realizar funciones de tutor de grupo, jefe de área y ser parte del equipo de gestión.

Cada oportunidad que se me presenta en el camino y aporta al mejoramiento de mi práctica docente es un reto, el cual afrontaré para lograr contribuir con el desarrollo integral de mis estudiantes, razón que me motivó a ser parte del programa de Becas para la Excelencia Docente.

Iniciar la maestría en educación generó muchas expectativas frente a mi rol como docente, a la didáctica y metodología utilizada en el desarrollo de las clases.

Me reconozco como una persona perseverante, comprometida y solidaria, dispuesta a esforzarme para apoyar al mejoramiento de los desempeños de mis estudiantes y de esa manera contribuir al desarrollo de una sociedad. En la siguiente tabla 3 están mis logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento por semestre:

Tabla 3

Logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento de Martha Posada Thomas

SEMESTRE	INFORMACIÓN
I	Logros: Reconocer los pensamientos múltiples dentro del proceso de aprendizaje. Identificar características de los distintos modelos pedagógicos.
	Expectativas: Valorar la expresión de las estudiantes desde su propia perspectiva detectando el tipo de pensamiento o inteligencia. Desarrollar procesos de enseñanza de la matemática en la búsqueda de un aprendizaje significativo.
	Retrocesos: Aplicación de talleres y pruebas únicas. Desarrollo de clases magistrales.
	Compromisos de mejoramiento: Diseñar actividades para cada tipo de pensamiento (Inteligencia múltiple). Implementar estrategias de enseñanza para lograr que el aprendizaje sea significativo.
II	Logros: Considerar la pregunta como parte de la didáctica para desarrollar los procesos de pensamiento crítico. Comprender la fundamentación de la teoría curricular y los modelos curriculares ante los retos de la educación.
	Expectativas: Promover en las estudiantes el pensamiento crítico a través de la pregunta. Diseñar el plan de área y el plan de clase acorde con el contexto y horizonte de la institución y los fines de la educación.
	Retrocesos: Diseño de plan de área y planes de clases para obtener resultados positivos en las evaluaciones externas.
	Compromisos de mejoramiento: Identificar debilidades y necesidades de las estudiantes para diseño del plan de área y plan de clase.
	Logros: Conocer estrategias didácticas para el proceso de enseñanza y aprendizaje de los

III	<p>pensamientos: numérico, variacional y geométrico</p> <p>Expectativas: Mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en el área de matemática.</p> <p>Retrocesos: Determinar las estrategias didácticas que permitan mejorar el aprendizaje de algunos contenidos en los diferentes pensamientos.</p> <p>Compromisos de mejoramiento: Indagar, diseñar y aplicar las estrategias didácticas y metodológicas pertinentes a los procesos de enseñanza en los distintos pensamientos.</p>
	<p>Logros: Diseñar una propuesta de innovación que mejore los procesos de enseñanza y aprendizaje del perímetro y área de polígonos, aplicando los sistemas de representación de Bruner.</p> <p>Expectativas: Mejorar el proceso de aprendizaje del perímetro y área de polígonos en las estudiantes de básica secundaria.</p> <p>Retrocesos: Implementación de la propuesta de innovación en tiempo limitado.</p> <p>Compromisos de mejoramiento: Implementar la propuesta de innovación en tiempos adecuados que permita a las estudiantes profundizar en cada uno de los sistemas de representación y mejorar el aprendizaje en el pensamiento geométrico.</p>

2. Autodiagnóstico de la Práctica Pedagógica y Planteamiento del problema

La desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medición a la mera asignación numérica (MEN, 1998, p.62).

En el caso de nuestra Institución, a la geometría no se le asignaba un espacio de tiempo como asignatura, quedando relegado su desarrollo a unas pocas horas o ninguna durante el año escolar; por la implementación de la jornada única se aumentó la intensidad horaria en los grados 7º - 9º. En cuanto a nuestra práctica pedagógica en el tema de los sistemas métricos, se limita a seguir las situaciones de los textos: la presentación de las figuras y al cálculo por aritmetización, sin profundizar en conceptos, aplicaciones y la manipulación de materiales. Esto trajo como consecuencia un bajo nivel de competencia en el pensamiento geométrico-métrico que se evidenció en el análisis de resultados de las Pruebas Saber 3º, 5º, 9º y 11º, y en el trabajo realizado en las aulas cotidianamente. En este último se determinó que, con relación a los desempeños, se encuentran debilidades en las competencias relacionadas con razonamiento y resolución de problemas.

En los resultados de las pruebas Saber 2014 de 3º se presentaron debilidades en el componente geométrico-métrico en las competencia de planteamiento y resolución de problemas mostrando que un alto porcentaje de los estudiantes no estiman medidas con patrones arbitrarios. En los resultados de la prueba 2015, presentaron debilidades en las competencias de comunicación, razonamiento y resolución de problemas mostrando que los estudiantes:

- No identifican atributos de objetos y eventos que son susceptibles de ser medibles.

- No ordenan objetos bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con atributos medibles.
- No desarrollan procesos de medición usando patrones e instrumentos estandarizados
- No estiman medidas con patrones arbitrarios.

En las pruebas Saber 2014 de 5° se presentaron debilidades en el componente geométrico-métrico en las competencias de comunicación, planteamiento y resolución de problemas mostrando que un alto porcentaje de los estudiantes:

- No identifican unidades tanto estandarizadas como no convencionales apropiadas para diferentes mediciones y establece relaciones entre ellas.
- No utilizan relaciones y propiedades geométricas para resolver problemas de medición.

En los resultados de la prueba 2015, continúan con las mismas debilidades en los aprendizajes mencionados en los resultados del 2014.

En el 2014, los resultados obtenidos en 9o muestran debilidad en el componente geométrico-métrico en la competencia de comunicación y resolución de problemas con un alto porcentaje de estudiantes:

- No identifican relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud y determinar su pertinencia.
- No establecen y utilizan diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficie y volúmenes.
- No resuelven ni formulan problemas geométricos o métricos que requieran seleccionar técnicas adecuadas de estimación y aproximación.

Esta situación persiste en los resultados del 2015, incluyendo la competencia de razonamiento donde los estudiantes:

- No generalizan procedimientos para encontrar el área de figuras planas y el volumen de algunos sólidos.

Teniendo en cuenta el trabajo desarrollado cotidianamente en las aulas de clase se identifican las siguientes debilidades en los aspectos de:

Saber conocer:

- Dominio en los conceptos de los elementos básicos de la geometría como punto, recta, plano, ángulos, polígonos, etc.

Saber hacer:

- Establecer relación entre la modelación y la resolución de problemas.
- Usar herramientas geométricas (compás, transportador, escuadra, regla).

Saber ser y convivir:

- Desinterés en el cumplimiento de las actividades asignadas.
- Consulta poco o nada en diversas fuentes de manera que enriquezca las temáticas desarrolladas en las aulas de clase.
- Poca participación en el desarrollo de las diferentes actividades en el aula.

A partir del análisis de los resultados del 2014- 2015 en las pruebas Saber de los grados 3°, 5°, 9°, y de las debilidades en los estudiantes respecto al saber conocer, saber hacer y saber ser, concluimos que nuestra Institución es débil en el razonamiento, planteamiento y resolución de problemas en el pensamiento geométrico-métrico. Adicionalmente, la práctica pedagógica sólo se basa en uso de la aritmetización.

En consecuencia el objeto de transformación de nuestra práctica pedagógica es área y perímetro, para ello aplicaremos los sistemas de representación de Bruner. En este sentido, el grupo de profundización pretende contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación en el

proceso de enseñanza del pensamiento métrico, por medio de una propuesta innovadora que dé respuesta al siguiente interrogante: ¿La aplicación de sistemas de representación de Bruner mejorará el aprendizaje del perímetro y del área en un grupo de alumnos de 7° grado?

3. Justificación

La relevancia de los temas de medición es trascendental. Al respecto, Turégano (1989) afirma:

Medir es uno de los tópicos en matemáticas que puede ser considerado como uno de los principales candidatos para sostener el lema “las matemáticas son útiles”. A pesar de ello, es de todos conocido que los conceptos relacionados con el “tema medida” tienen graves dificultades didácticas. (p. 235)

Similarmente, Chamorro y Belmonte (2000) sostienen que “...los problemas de cuantificación y medición han estado siempre presentes, quizás porque pocas actividades de la vida corriente escapan a la medida” (p. 39), pero la metodología tradicional, basada en escuchar y repetir, ha sido la causa de fracasos en el aprendizaje de las magnitudes y su medida porque lleva demasiado pronto al alumno a la automatización sin tener garantizada la comprensión (Chamorro y Belmonte, 2000).

Y entre los temas de medición, según Freudenthal, (citado por Turégano, 1989), el concepto de área es uno de los conceptos más básicos y profundos del discurso matemático. Además, “el área de superficies planas juega un papel relevante en la construcción de otros conceptos matemáticos (fracciones, integración, porcentajes, volumen...) y en el desarrollo de destrezas y habilidades matemáticas (resolución de problemas, razonamientos, argumentaciones, visualización)” (Marmolejo y González, 2015, p.46). Adicionalmente, la relevancia de la medición es reconocida por el MEN (1998) en un proceso denominado “El trasfondo social de la medición”. Finalmente, el presente trabajo es relevante para la Institución Educativa Distrital María Inmaculada pues aporta opciones de solución a las deficiencias que presentan los estudiantes en el pensamiento geométrico-métrico.

Este trabajo de grado es pertinente con el área de énfasis de la Maestría, que es Pensamiento Matemático, ya que es sobre perímetro y área, temas relativos al pensamiento métrico, uno de los cinco pensamientos que conforman el Pensamiento Matemático según los Lineamientos Curriculares del MEN (1998), los cuales especifican los conceptos y procedimientos del pensamiento métrico que tuvimos en cuenta, a saber:

- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes (perímetro y área).
- La selección de unidades, de patrones y de instrumentos y procesos de medición.
- La asignación numérica.

Las razones que hacen viable este trabajo de grado son las siguientes:

- La asignación horaria dispuesta por la rectoría que facilitaron el desarrollo de las actividades y la disposición de espacios adecuados en las instalaciones de la Institución para la aplicación de la innovación.
- Materiales de fácil adquisición y bajo costo (fotocopias, cartulina, marcadores, papel milimetrado, etc.).
- La disposición y motivación del equipo docente participante en las actividades del trabajo de grado.
- La cualificación de los docentes del área en la Institución.

4. Objetivos

4.1 Objetivo general

Describir el mejoramiento del aprendizaje del perímetro y el área de polígonos a través de la aplicación de sistemas de representación de Bruner en un grupo de alumnas de Séptimo Grado.

4.2 Objetivos específicos

- Describir el mejoramiento en el aprendizaje, a través de la aplicación de los sistemas de representación de Bruner, sobre:
 - la conservación del perímetro de polígonos.
 - la conservación del área de polígonos.
 - la aritmetización del perímetro de un rectángulo.
 - la aritmetización del perímetro de un triángulo.
 - el uso de unidades de perímetro.
 - la aritmetización del área de un rectángulo.
 - la aritmetización del área de un triángulo.
 - el uso de unidades de área.
- Describir los errores más frecuentes en el aprendizaje del perímetro y el área de polígonos.
- Determinar la valoración de los alumnos en la aplicación de sistemas de representación de Bruner.

5. Marco Teórico

5.1 Marco legal

Sobre el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, el MEN (2006) los define de la siguiente manera:

Los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. (p.63)

Los conceptos y procedimientos de este pensamiento son, según el MEN (1998):

- La construcción de los conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”.
- La apreciación del rango de las magnitudes.
- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.
- La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición.

De estos conceptos y procedimientos, en este trabajo tuvimos en cuenta los siguientes:

- La comprensión de los conceptos de conservación de magnitudes. Comprende la “captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio” (MEN, 1998, p.64). Específicamente tratamos la conservación del perímetro y de área.

- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos. Específicamente estudiamos la selección de unidades de perímetro y de área. “Tiene que ser la cantidad o instancia de la magnitud que pueda identificarse lo suficientemente bien para poder utilizarla en combinación con un sistema numérico ya previamente construido” (MEN, 1998, p.66).

5.2 Fundamento disciplinar

Los dos conceptos fundamentales del pensamiento métrico de este trabajo son perímetro y área, cuyas definiciones son las siguientes:

El perímetro de un polígono es la suma de las medidas de sus lados.

El postulado del área afirma que “A toda región poligonal le corresponde un número positivo único” (Moise y Downs, 1970, p. 293), y la definición es: “El área de una región poligonal es el número que se le asigna según el postulado del área” (Moise y Downs, 1970, p.293).

Otros conceptos que utilizamos son los siguientes:

“Polígonos isoperimétricos son polígonos con el mismo perímetro y distinta forma” (Rojas, 2016, p.83).

“Polígonos equivalentes son polígonos con la misma área y distinta forma” (Rojas, 2016, p.85).

5.2.1 Investigaciones y dificultades acerca del aprendizaje del perímetro y el área.

Reseñaremos los resultados de algunas investigaciones relacionados con los procesos y conceptos tratados en este estudio:

- Piaget, Inhelder y Szeminska, citados por Dickson, Brown y Gibson, (1991), reseña los estadios de desarrollo de la comprensión del proceso de medida en el niño, los cuales resumimos en la siguiente tabla 4 (los números romanos de los estadios los colocamos nosotros):

Tabla 4

Resumen de los estadios de la comprensión de la medida

Estadio y edad	Desempeño
I 1º ó 2º año de pre escolar	No capta la conservación. Los juicios de conservación de área se basan en la máxima dimensión lineal. No exhibe comprensión de la idea de reiteración de una unidad o subdivisión de ésta en secciones de igual tamaño.
II 6 ó 7 años	Comienza a desarrollar cierta idea de conservación. Aprecia por experimentación basada en tanteos que si hacen falta más unidades para cubrir A que para cubrir B, entonces A es más grande. No comprende la necesidad de que las unidades de medida sean todas del mismo tamaño ni coordina medidas en todas las direcciones.
III 7 u 8 años	Conserva cantidades materiales. Aprecia la medición bidimensional. Es capaz de coordinar las dos dimensiones: por ejemplo, aunque el recipiente sea más ancho, la altura de líquido es menor, y se da cuenta de que ello puede compensar la mayor altura.
IV 8 -10 años	Capta la idea de medición por recubrimiento mediante unidades más pequeñas que el objeto que hay que medir. Procede de un modo más calculado, sin ensayo y error. Los conceptos de medida lineal, superficial y capacidad tienen lugar concurrentemente.
V 11-12 años	Comprensión plenamente operativa de las nociones de medida. Mide área y volúmenes mediante cálculos basados en las dimensiones lineales.

- Piaget, citado por Hart (1984), sugiere que la conservación de área aparece después de la aparición de la conservación de la distancia y longitud. Sin embargo, Hart (1984) encontró en un estudio que de 986 alumnos ingleses, con edades entre los 12 y 14 años, el 70% no pudo conservar la longitud, pero sí pudo conservar el área. Así, parece que una habilidad no es un requisito para la otra.
- Rogalski (1982) realizó una investigación sobre la adquisición de la “dimensionalidad” de medidas espaciales en una investigación con alumnos franceses de 11 a 13 años. Entre sus conclusiones están que la apropiación de los conceptos dimensionales relativos a la superficie se efectúa de manera lenta e incompleta y que el cm^2 aparece como poco operacional.
- Uno de los errores más frecuentes en el aprendizaje de perímetro y área es la confusión perímetro – área, reseñados, entre otros, por Del Olmo, Moreno y Gil (1993), Chamorro (2003), Mántica y otros (2002).

5.2.2 Definición de la variable: Aprendizaje de perímetro y área. De acuerdo al marco legal y las investigaciones acerca del área y perímetro, para el presente trabajo tendremos en cuenta los siguientes aspectos del aprendizaje del perímetro y el área:

- La conservación del perímetro y el área de polígonos.
- La aritmetización del perímetro y el área de un rectángulo.
- La aritmetización del perímetro y el área de un triángulo.
- El uso de unidades en la aritmetización del perímetro.
- El uso de unidades en la aritmetización del área.

5.3 Fundamento pedagógico

La metodología aplicada en este trabajo está basada en los sistemas de representación de Bruner.

Los seres humanos tienen tres sistemas diferentes, parcialmente traducibles entre sí, para representar la realidad (Bruner, 2004, p.75), que se llaman, en general, sistemas de representación.

“La representación, o un sistema de representación, es un conjunto de reglas mediante las cuales se puede conservar aquello experimentado en diferentes acontecimientos” (Bruner, 2002, p.122). Es algo como un <<médium>>. Podemos representar algunos sucesos por las acciones que requieren, mediante una imagen, palabras o con otros símbolos. Habría una gran diversidad de subtipos en cada uno de estos tres medios: el enactivo, el icónico y el simbólico (Bruner, 2002). “Cada uno de los tres puede especificarse en términos muy concisos y se puede comprobar que cada uno de ellos se modifica y adquiere formas nuevas, gracias a su vinculación con determinadas herramientas o con sistemas instrumentales” (Bruner, 2002, p.122).

La representación enactiva consiste en conocer algo por medio de la acción; la representación icónica, por medio de un dibujo o una imagen, y la representación simbólica por medio de formas simbólicas como el lenguaje (Bruner, 2002). “La representación simbólica surge de una forma primitiva e innata de una actividad simbólica que, a través de la culturización, gradualmente llega a especializarse en diferentes sistemas” (Bruner, 1980, p.51), por lo que el lenguaje de la matemática también es una representación simbólica.

“Si tomamos como ejemplo un nudo, lo primero es aprender la acción de anudarlo y cuando decimos que conocemos el nudo nos referimos a un acto habitual que hemos dominado y que podemos repetir” (Bruner, 2002, p.122).

“Cada uno de estos tres modos tiene un poderoso efecto en la vida mental de los seres humanos a diferentes edades y su interacción persiste como uno de los aspectos más importantes de la vida intelectual adulta” (Bruner, 1980, p.23), “pero el desarrollo no supone una secuencia de etapas, sino un dominio progresivo de estas tres formas de representación y de su traducción parcial de un sistema a otro” (Bruner, 2002, p.123). “Gran parte del aprendizaje espontáneo consiste en inducir reglas más generales para obtener formas más económicas o más eficaces de representar sucesos semejantes. Y en muchas ocasiones este aprendizaje consiste en traducir de un modo de representación a otro” (Bruner, 2002, p.122). “Es así como a las imágenes les pueden ser infundidas las propiedades del funcionamiento simbólico, como puede hacerse también con la utilización de instrumentos” (Bruner, 1980, p.51).

“Tener la imagen del nudo en la mente, o dibujada en un papel, no es lo mismo que hacer el nudo, aunque la imagen pueda proporcionar un esquema para organizar secuencialmente las acciones” (Bruner, 2002, p.122). Así, por ejemplo, no es lo mismo hacer un mapa conceptual o un mentefacto del concepto *polígono regular* que dibujar con regla y transportador un pentágono regular. En el primer caso el sujeto elabora diagramas con representaciones simbólicas del concepto *polígono regular*, pero no necesariamente sabrá dibujar con regla y transportador un pentágono regular, mientras que en el segundo caso el uso de los instrumentos exige la articulación de los tres sistemas de representación de Bruner (enactiva, icónica y simbólica) para llevar a cabo la tarea. La representación enactiva permite representar más fácilmente de otras formas la solución del problema, ya que “hay mayor facilidad para representar un suceso cuando se participa en una acción relacionada con él que cuando se imagina” (Pozo, 2001, p.118). “El enactivo es crucial para guiar la actividad y en particular lo que llamamos la actividad hábil” (Bruner, 1997, p.173).

6. Propuesta de Innovación

6.1 Contexto de aplicación

El contexto de aplicación está en la siguiente tabla 5:

Tabla 5

Contexto de aplicación

Ciudad	Barranquilla
Institución	Institución Educativa Distrital María Inmaculada
Área	Matemática
Componente	Geométrico-métrico
Grado	Séptimo 7º
Población	34 alumnos
Muestra	30 alumnos
Tipo de muestreo	Intencional
Sexo	Femenino
Edad	Entre los 11 y 14 años
Tiempo estimado de aplicación	Siete semanas con una intensidad de seis 6 horas semanales

Enfoque de investigación: Cuantitativo, complementado con un componente cualitativo en el análisis de los errores más frecuentes..

Tipo de investigación: Descriptivo.

Diseño de investigación: Pre experimental de pre prueba – pos prueba con un solo grupo. Este diseño se diagrama de la siguiente manera:

G O₁ X O₂

A un grupo (G) se le aplica una prueba previa (O₁) al tratamiento experimental o metodología, después se administra la metodología (X) y finalmente se le aplica la prueba posterior (O₂) a la metodología (Hernández, Fernández-Collado y Baptista, 2006).

6.2 Planeación de la innovación

La planeación de la innovación tiene en cuenta los sistemas de representación de Brunner. La representación enactiva es posible llevarla a cabo mediante las actividades de recubrimiento; la representación icónica se lleva a cabo dibujando polígonos y la representación simbólica, mediante la aplicación de símbolos que representen las relaciones entre las dimensiones que permitan calcular perímetro y área.

6.2.1 Etapas de la propuesta de innovación

Las etapas consideradas en el diseño y aplicación de la metodología están consignadas la tabla 6

Tabla 6

Etapas de diseño y aplicación de la metodología

ETAPA	OBJETIVO	ACTIVIDAD
Diagnóstico	Determinar los conocimientos relacionados con el perímetro y el área.	Diseño y aplicación de la prueba diagnóstica (preprueba).

Diseño e Implementación	Diseñar estrategias que permitan la enseñanza del perímetro y el área mediante la aplicación de sistemas de representación de Bruner.	Diseño de las guías de las actividades didácticas que apliquen sistemas de representación de perímetros y áreas de polígonos irregulares utilizando unidades de medidas estandarizadas y no estandarizadas, del proceso de estimación y aritmetización. Desarrollo de las sesiones diseñadas para la enseñanza del concepto de perímetro y área.
Análisis y evaluación	Evaluar de manera formativa las transformaciones actitudinales, cognitivas y procedimentales alcanzadas por las estudiantes luego de aplicar la innovación pedagógica.	Aplicación de la prueba final (pos prueba). Aplicación de encuesta de satisfacción de la metodología aplicada. Análisis de los resultados obtenidos.

6.2.2. Cronograma de implementación

Las actividades fueron programadas para ser desarrolladas en siete semanas, con una intensidad horaria semanal de 6 horas. Algunas de las cuales se vieron afectadas por la realización de actividades de carácter institucional y regional, requiriendo su reprogramación:

El cronograma de actividades lo muestra la siguiente tabla 7:

Tabla 7

Cronograma de actividades

Actividad	Semana del 30 enero al 3 feb.	Semana del 6 feb. al 10 feb.	Semana del 13 feb. al 17 feb.	Semana del 20 feb. al 24 feb.	Semana del 27 feb. al 3 mar	Semana del 6 mar al 10 mar	Semana del 13 mar al 17 mar
Actividad 1 y 2							
Actividad 3							
Actividad 4 y 5							
Actividad 6							
Actividad 7							
Actividad 8							
Actividad 9							
Actividad 10							
Actividad 11							
Actividad 12							

6.2.3 Implementación de la propuesta de innovación

La siguiente tabla 8 corresponde a la verificación de las actividades planificadas y realizadas en la propuesta de innovación.

Tabla 8

Actividades planeadas vs actividades realizadas

ACTIVIDAD	PLANEADO	REALIZADO
Pre prueba y elementos básicos de la geometría	SÍ	SÍ
Uso de los términos perímetro y área en la vida cotidiana	SÍ	SÍ
Conservación del perímetro e identificación de figuras isoperimétricas	SÍ	SÍ
Construcción de figuras isoperimétricas	SÍ	SÍ
Recubrimiento de polígonos con unidad patrón y polígonos equivalentes	SÍ	SÍ
Perímetro de polígonos con diagonales	SÍ	SÍ
Sistema métrico decimal	SÍ	SÍ
Perímetro y área con unidades estandarizadas	SÍ	SÍ
Estimación	SÍ	SÍ
Aritmetización	SÍ	SÍ
Pos prueba	SÍ	SÍ
Encuesta de valoración de la metodología	SÍ	SÍ

6.2.3.1 Actividad 1. Aplicación de la pre-prueba (Anexo 1 y 3)

Objetivo: Identificar saberes previos acerca del perímetro y área de polígonos.

Tiempo estimado: 60 minutos

Descripción: Se realiza la aplicación de una prueba diagnóstica (pre prueba) a las estudiantes del grupo que consta de 6 ítems, que indagan acerca de la conservación del perímetro y del área aplicando unidades de medidas no estandarizadas, la aritmetización del perímetro y del área de triángulos y rectángulos, usando unidades estandarizadas. (Ver Anexo 1 y 3)

6.2.3.2 Actividad 2. Elementos básicos de la geometría

Estándar:

- Reconozco en los objetos propiedades o atributos que se puedan medir (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa) y en los eventos, su duración. (MEN, 2006, p.81)

Objetivo: Reconocer conceptos básicos de la geometría, relacionados con el perímetro y el área.

Tiempo estimado: 110 minutos

Descripción: (Tipo de representación aplicada: icónica)

La finalidad de esta actividad es activar los conocimientos previos que poseen las estudiantes acerca de la temática que se va a abordar y de esta manera partir de un punto común para desarrollar las actividades. Se indaga acerca de situaciones o elementos de la vida cotidiana que pueden ser representados por elementos tales como puntos, líneas rectas, segmentos, curvas, ángulos agudos, obtusos, rectos, líneas perpendiculares, líneas paralelas, etc. El registro de tales elementos es consignado en los cuadernos usando geoplanos de 6x6.

6.2.3.3 Actividad 3. Uso de los términos perímetro y área en la vida cotidiana

Estándar:

- Realizo estimaciones de medidas requeridas en la resolución de problemas relativos particularmente a la vida social, económica y de las ciencias. (MEN, 2006, p.81)

Objetivo: Relacionar el significado de los términos a estudiar con expresiones de la vida cotidiana.

Tiempo estimado: 50 minutos

Descripción: (Tipo de representación aplicada: simbólica)

Se presentan expresiones que incluyen los términos perímetro y área, frases e imágenes para generar inquietud acerca del significado y modo de empleo de dichos términos.

Explica qué entiendes con estas frases e imágenes:

- Vive fuera del perímetro urbano
- Limpia la superficie de la mesa



Indagación de los términos perímetro y área. <http://catholic-link.com/2015/05/21/papa-2-0-las-aventuras-y-desventuras-de-un-joven-papa-primera-entrega/>

6.2.3.4 Actividad 4. Conservación del perímetro

Estándares:

- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos) (MEN, 2006, p.83).

- Seleccione unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones (MEN, 2006, p.83).

Objetivo: Identificar unidades no estandarizadas apropiadas para diferentes mediciones y establecer relaciones entre ellas.

Tiempo estimado: 170 minutos

Descripción: (Tipo de representación aplicada: enactiva, icónica)

Esta actividad permite que las estudiantes realicen medidas del contorno de varios objetos, baldosas, tablero, cuaderno, con diferentes elementos tomados como unidad patrón tales como palillos, copitos de algodón, palitos de paletas de helado. Se forman grupos de cuatro estudiantes, con roles asignados aleatoriamente. Luego se intercambia el resultado de las experiencias de forma oral, donde cada grupo da a conocer los resultados obtenidos, determinando la unidad más conveniente de medida utilizada en cada caso y se procede a definir el concepto de perímetro.

Luego se aplica en la medición de polígonos realizado en cartón paja, usando como instrumentos de medida cintas de diferente tamaño.

Posteriormente, se realiza una actividad grupal, para calcular el perímetro de ocho polígonos representados en sus correspondientes cuadrículas, usando unidades de medidas no estandarizadas. En la socialización, se busca polígonos de igual perímetro pero de diferentes formas, para de esta manera introducir la conceptualización de polígonos isoperimétricos. (Ver Anexo 6)

6.2.3.5 Actividad 5. Identificación y construcción de figuras isoperimétricas

Estándares:

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas (MEN, 2006, p.85).
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas (MEN, 2006, p.83).

Objetivo: Construir figuras isoperimétricas

Tiempo estimado: 110 minutos

Descripción: (Tipo de representación aplicada: enactivo, icónico)

Se forman parejas para realizar una actividad en cuaderno, donde deben calcular el perímetro de polígonos y a partir de estos construir figuras isoperimétricas. Luego la socialización se lleva a cabo de forma didáctica haciendo uso del geoboard (<https://www.mathlearningcenter.org/web-apps/geoboard/>), donde cada pareja construya de forma virtual las figuras isoperimétricas.

(Ver Anexo 6)

6.2.3.6 Actividad 6. Recubrimiento de polígonos con unidad patrón y polígonos equivalentes

Estándares:

- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas (MEN, 2006, p.83).
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos (MEN, 2006, p.85).

Objetivo: Desarrollar procesos de medición usando unidades patrón.

Tiempo estimado: 110 min

Descripción: (Tipo de representación aplicada: enactivo, icónico, simbólico)

Por grupos de trabajos se entregan polígonos (rectángulos y cuadrados de diferentes tamaño) y como unidad patrón de medida cuadrados de 2 cm de lado y triángulos rectángulos cuya medida de base y altura es 2 cm, para que recubran el interior de los polígonos. Luego se socializan los resultados, se establece el concepto de área y diferencia entre perímetro y área.

Posteriormente, se les entrega un grupo de figuras para hallar sus perímetros y áreas empleando unidades de medida no estandarizadas, pidiéndoles identificar cuáles polígonos son isoperimétricos y cuales tienen la misma área para determinar su equivalencia.

<https://www.brainpop.com/games/areabuilder/>

6.2.3.7 Actividad 7. Perímetro de polígonos con diagonales

Estándar:

- Seleccione unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones. (MEN, 2006, p.83).

Objetivo: Determinar el perímetro de polígonos con diagonales

Tiempo estimado: 110 minutos

Descripción: (Tipo de representación aplicada: enactivo, icónico, simbólico)

Se les presentan en papel cuadriculado polígonos con algunos de sus lados diagonales y una unidad patrón (el lado de una cuadrícula), para determinar su perímetro.

- Las estudiantes proceden a medir cada lado del polígono usando la unidad patrón para determinar la cantidad exacta de veces que está contenida en cada lado.

En un triángulo dibujado en el suelo del salón y haciendo uso de zapatos de igual talla como unidad patrón, determinan el perímetro:

- Las estudiantes se desplazan a lo largo de los lados del triángulo comparando las medidas de los lados con relación a la unidad patrón.

Al observar lo que ocurre con las diagonales, se hace necesario explicar el teorema de Pitágoras y la importancia en el cálculo del perímetro de polígonos con algunos lados diagonales.

- Por último, se les pide calcular el perímetro y el área de polígonos algunos lados diagonales. (Ver anexo 6)

6.2.3.8 Actividad 8. Sistema métrico decimal

Estándar:

- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud. (MEN, 2006, p.85).

Objetivo: Establecer relaciones entre los múltiplos y submúltiplos del metro y del metro cuadrado mediante la utilización de papel milimetrado.

Tiempo estimado: 170 minutos

Descripción: (Tipo de representación aplicada: enactivo, icónico)

Haciendo uso de hojas milimetradas las estudiantes:

- Analizan las divisiones que se encuentran en una hoja milimetrada.
- Cuentan las unidades que conforman cada una de las divisiones para establecer patrones y determinar los factores de conversión.
- Dibujan polígonos en distintas unidades de medida (milímetro, centímetro).
- Determinan el perímetro y el área de polígonos empleando distintas unidades.

6.2.3.9 Actividad 9. Perímetro y área con unidades estandarizadas

Estándar:

- Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas (MEN, 2006, p.83).

Objetivo: Calcular el perímetro y el área de polígonos utilizando unidades estandarizadas.

Tiempo estimado: 110 minutos

Descripción:(Tipo de representación aplicada: enactiva, icónica, simbólica)

A partir de polígonos presentados en hojas cuadriculadas, cada grupo de estudiantes:

- Los transfieren al papel milimetrado, teniendo en cuenta que cada segmento sea de 5 milímetros.
- Calculan el perímetro y el área expresados en milímetros, centímetros, milímetros cuadrados y centímetros cuadrados.
- Sugiere una manera más rápida y acorde para calcular el perímetro y el área. (Ver Anexo 6)

6.2.3.10 Actividad 10. Estimación

Estándar:

- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos) (MEN, 2006, p.83).

- Seleccione unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones (MEN, 2006, p.83).
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación (MEN, 2006, p.85).

Objetivo: Realizar estimaciones de perímetro y área de figuras con líneas curvas.

Tiempo estimado: 110 minutos.

Descripción: (Tipo de representación aplicada: icónica, simbólica)

Se presenta la figura de un pétalo y se pide a las estudiantes dar un valor aproximado del perímetro y el área de la figura, usando como instrumento de medida un cordón de zapato comparado con el lado de una baldosa de 30 cm. Se pide realizar la representación de la figura empleando los cuadrados de la cuadrícula de su libreta. Se presentan otras figuras para realizar nuevamente el ejercicio de estimar sus perímetros y áreas.

6.2.3.11 Actividad 11. Aritmetización

Estándar:

- Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos (MEN, 2006, p.83).

Objetivo: Determinar el perímetro y el área de cuadrado, rectángulo y triángulo.

Tiempo estimado: 240 minutos

Descripción: (Tipo de representación aplicada: enactiva, icónica, simbólica)

En los grupos de trabajo asignados, se entrega cuatro cuadrados de medidas: 5 cm, 9 cm, 10 cm y 12 cm de lados; dos rectángulos: uno de base 6 cm y 10 cm de altura y otro de 12 cm de base y 8 cm de altura, además cuatro triángulos: dos de base 6 cm y 10 cm de altura y otros dos de 12 cm de base y 8 cm de altura para establecer la fórmulas de perímetro y área por medio de medición y recubrimiento.

- Las estudiantes toman la medida de los lados de cada uno de los cuadrados y se determina el perímetro. Luego se socializan los resultados y se solicita que busquen la manera más fácil y rápida para hacer el cálculo. De igual manera se hace con el rectángulo y triángulo. Luego se afianza las fórmulas de perímetro y áreas haciendo uso de la aplicación interactiva “animaciones matemáticas”.
- Para calcular las fórmulas de área del cuadrado y rectángulo, las estudiantes deben recubrir cada polígono e identificar las relaciones que existen entre la medida de los lados y la cantidad de cuadrados que los recubren. Luego por medio de preguntas establecer las fórmulas del área para cada polígono. Para el caso del triángulo se superponen las superficies de ellos en los rectángulos entregados y de esa manera determinar la fórmula del área del triángulo es la mitad del rectángulo.

A continuación se presentan figuras de polígonos y ejercicios para determinar su perímetro y área haciendo uso de las fórmulas encontradas. La socialización de esta actividad se realizó por medio de aplicación <https://kahoot.it/#/>

Como actividad complementaria se realiza el juego de <https://www.brainpop.com/games/areabuilder/>, donde las estudiantes diseñaran polígonos atendiendo a las condiciones establecidas en el programa.

6.2.3.12 Actividad 12. Aplicación de la pos-prueba (Anexo 2 y 3) y encuesta de valoración de la metodología (Anexo 4)

Objetivo: Determinar el mejoramiento después de aplicada la propuesta de innovación y grado de satisfacción con la metodología aplicada.

Tiempo estimado: 60 minutos

Descripción: Se aplica una prueba escrita que consta de 6 ítems, equivalente a la pos prueba (Anexo 2 y 3), que permita comparar los resultados obtenidos en la pre prueba (Anexo 1 y 3). Además, se aplica una encuesta escrita consistente en 6 ítems de escala tipo Likert, para obtener la valoración de la metodología empleada. (Ver Anexo 4)

6.3 Evidencias de la aplicación

La planeación de la estrategia didáctica se centra en las acciones desarrolladas por las estudiantes aplicando el sistema de representación de Bruner, con orientación y guía del docente. Las estudiantes estuvieron organizadas en grupos de cuatro y una pareja, con roles asignados al azar: dinamizadora, vocera, relojera y secretaria, logrando la integración y cooperación en el trabajo realizado. Se utilizó material de fácil adquisición como fueron: palitos de helados, copitos de algodón, palillos, hojas milimetradas, cartulinas de colores, regla, metro, escuadra, etc., los cuales fueron empleados para la medición del contorno y recubrimiento de polígonos.

6.4 Resultados

Los resultados de la pre prueba (Anexo 1 y 3) están en la siguiente tabla 9:

Tabla 9

Resultados de la pre prueba (Anexo 1 y 3)

No	CP	CA	APR	APT	UPR	UPT	UP	AAR	AAT	UAR	UAT	UA
1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	1	1	0	0	0	2	1	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

9	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	0
13	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	1	2	2	2	0	0	0	2	1	0	0	0
16	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

CP: Conservación del perímetro

CA: Conservación del área

APR: Aritmetización del perímetro del rectángulo

APT: Aritmetización del perímetro del triángulo

UPR: Uso de unidades de perímetro en el rectángulo

UPT: Uso de unidades de perímetro en el triángulo

UP: Uso de unidades de perímetro

AAR: Aritmetización del área del rectángulo

AAT: Aritmetización del área del triángulo

UAP: Uso de unidades de área en el rectángulo

UAT: Uso de unidades de área en el triángulo

UA: Uso de unidades de área

Los resultados de la pos prueba (Anexo 2 y 3) están en la siguiente tabla 10:

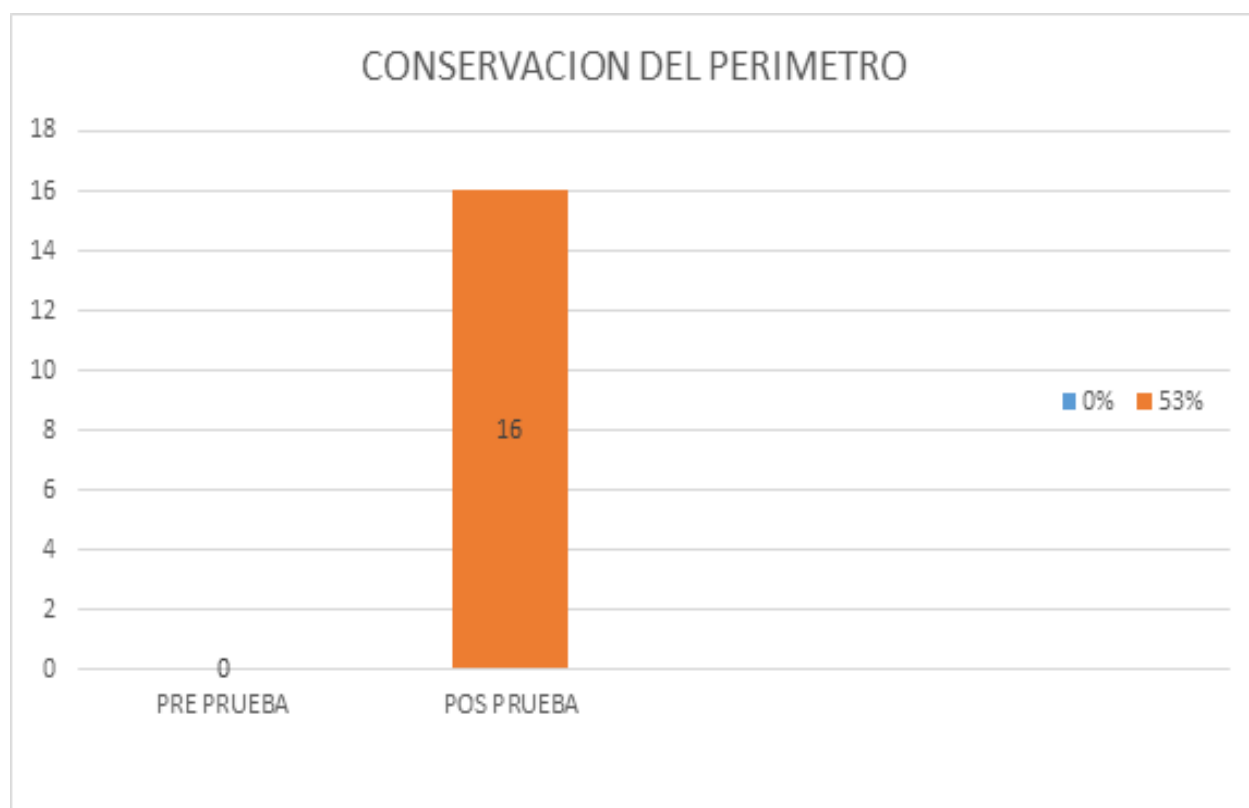
Tabla 10

Resultados de la pos prueba (Anexo 2 y 3)

No	CP	CA	APR	APT	UPR	UPT	UP	AAR	AAT	UAR	UAT	UA
1	2	2	1	1	0	0	0	1	2	0	0	0
2	2	0	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2
3	2	2	1	2	2	2	4	2	2	0	1	1
4	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	2	0	1	2	0	0	0	2	1	0	0	0
6	0	0	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2
7	0	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2
8	2	2	2	1	0	1	1	1	1	1	1	2
9	2	2	1	2	2	2	4	1	1	2	2	4
10	1	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2
11	1	0	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2
12	0	2	2	1	2	2	4	2	1	2	2	4
13	2	2	2	1	1	1	2	2	0	1	0	1
14	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
15	2	2	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0
16	2	2	1	1	1	1	2	1	0	1	0	1
17	2	2	2	2	1	1	2	2	1	0	0	0
18	1	2	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2
19	1	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
20	2	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2
21	2	2	2	0	1	0	1	2	0	0	0	0
22	0	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2
23	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	1	2
24	0	2	1	2	2	1	3	1	1	1	1	2
25	0	2	2	2	2	2	4	2	1	1	1	2
26	2	2	1	1	2	2	4	2	1	1	1	2
27	1	2	2	2	0	0	0	1	1	0	0	0
28	0	2	2	2	0	0	0	1	1	1	1	2
29	2	2	2	2	0	0	0	1	2	0	0	0
30	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

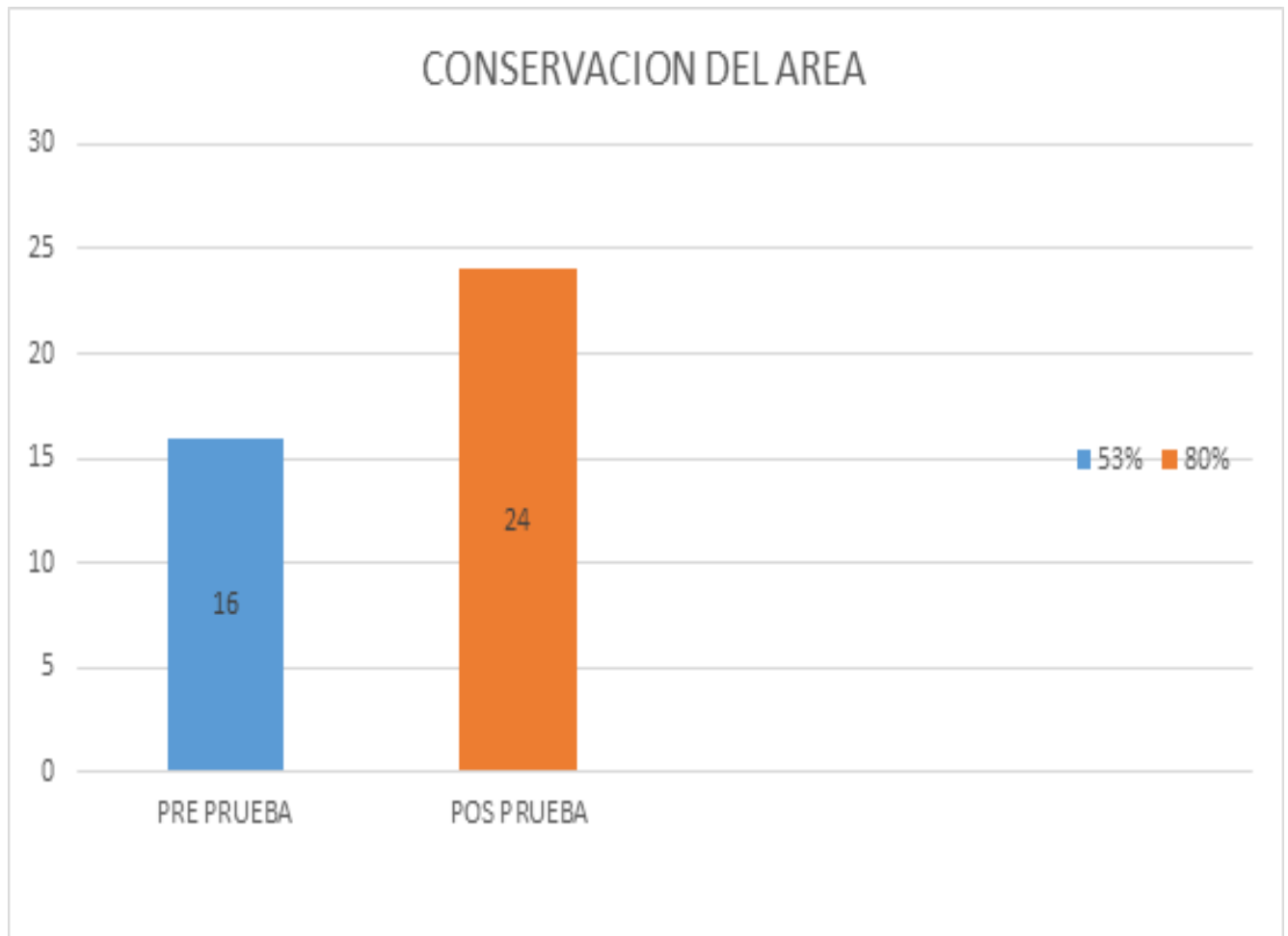
6.4.1 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del perímetro (CP). De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en la conservación del perímetro muestran que 0 alumnos de 30 (0%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 16 de 30 (53,3%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 53,3 puntos porcentuales en la conservación del perímetro (Gráfico 1).

Figura No. 1. Mejoramiento en la conservación del perímetro.



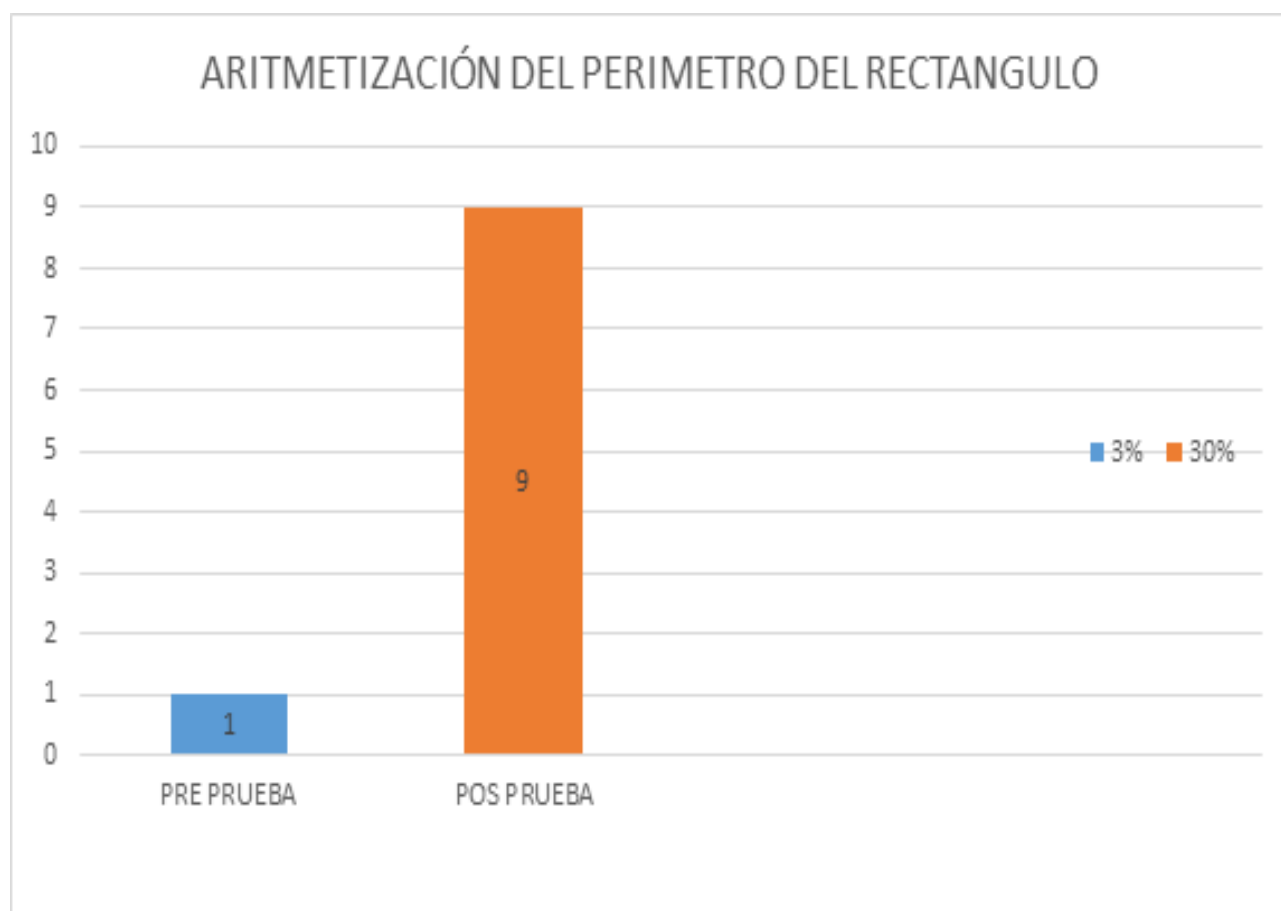
6.4.2 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del área (CA). De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en la conservación del área muestran que 16 alumnos de 30 (53,3%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 24 de 30 (80,0%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 26,7 puntos porcentuales en la conservación del área (Gráfico 2.).

Figura No. 2. Mejoramiento en la conservación del área.



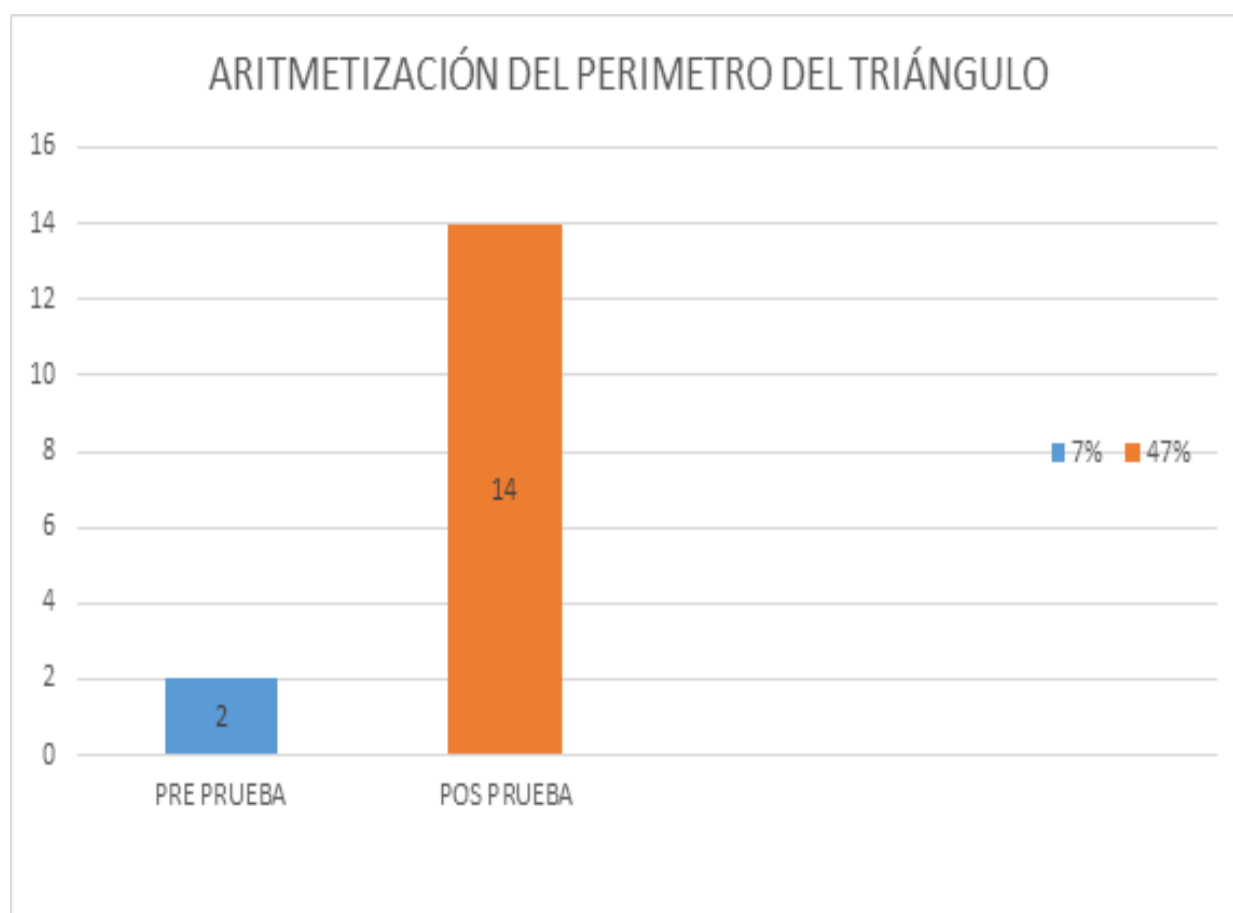
6.4.3 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del perímetro del rectángulo (APR). De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en la aritmetización del perímetro del rectángulo muestran que 1 alumno de 30 (3,3%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 9 de 30 (30,0%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 26,6 puntos porcentuales en la aritmetización del perímetro del rectángulo (Gráfico 3).

Figura No. 3. Mejoramiento en la aritmetización del perímetro del rectángulo.



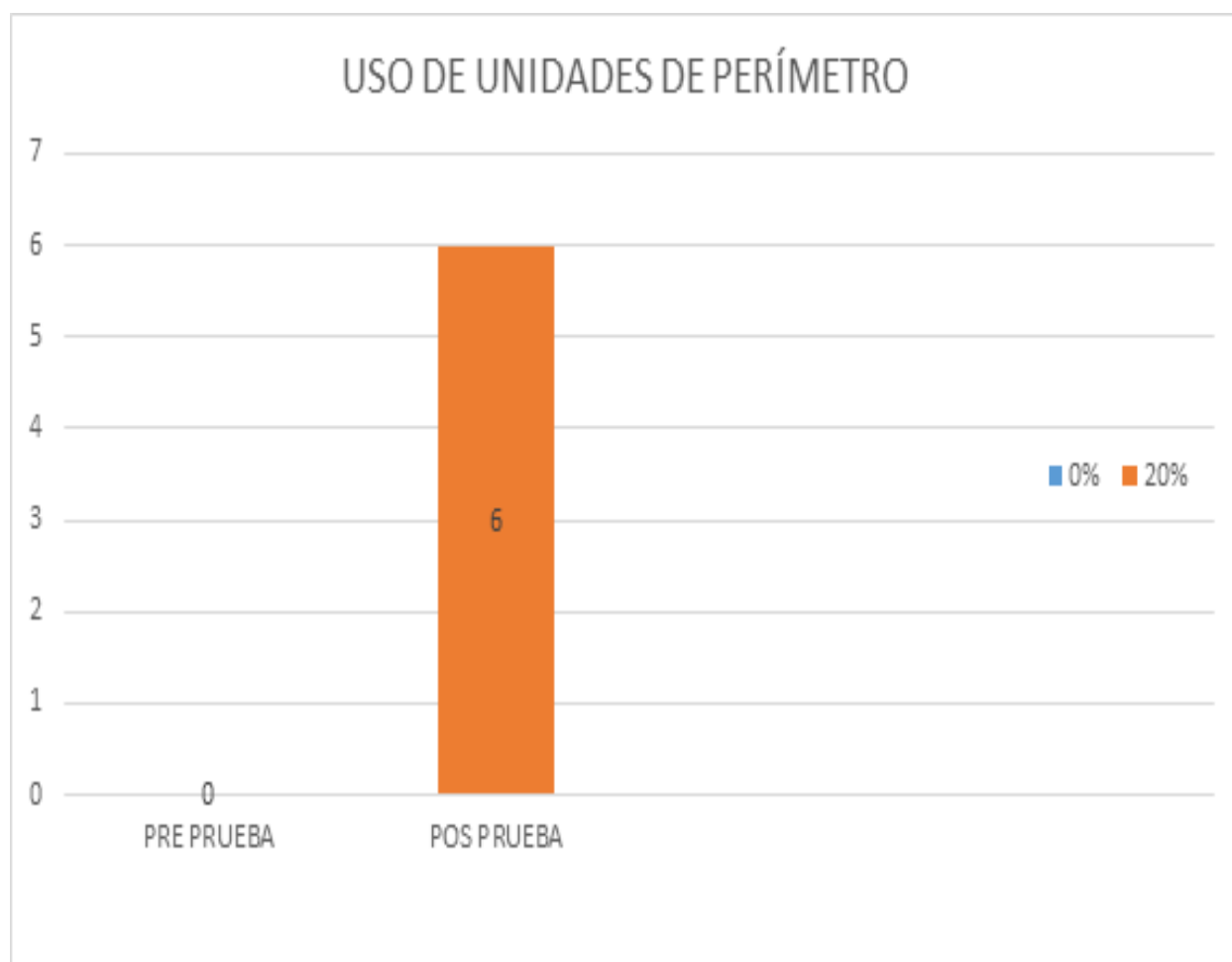
6.4.4 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del perímetro del triángulo (APT). De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en la aritmetización del perímetro del triángulo muestran que 2 alumnos de 30 (6,6%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 14 de 30 (46,6%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 40 puntos porcentuales en la aritmetización del perímetro del triángulo (Gráfico 4).

Figura No. 4. Mejoramiento en la aritmetización del perímetro del triángulo.



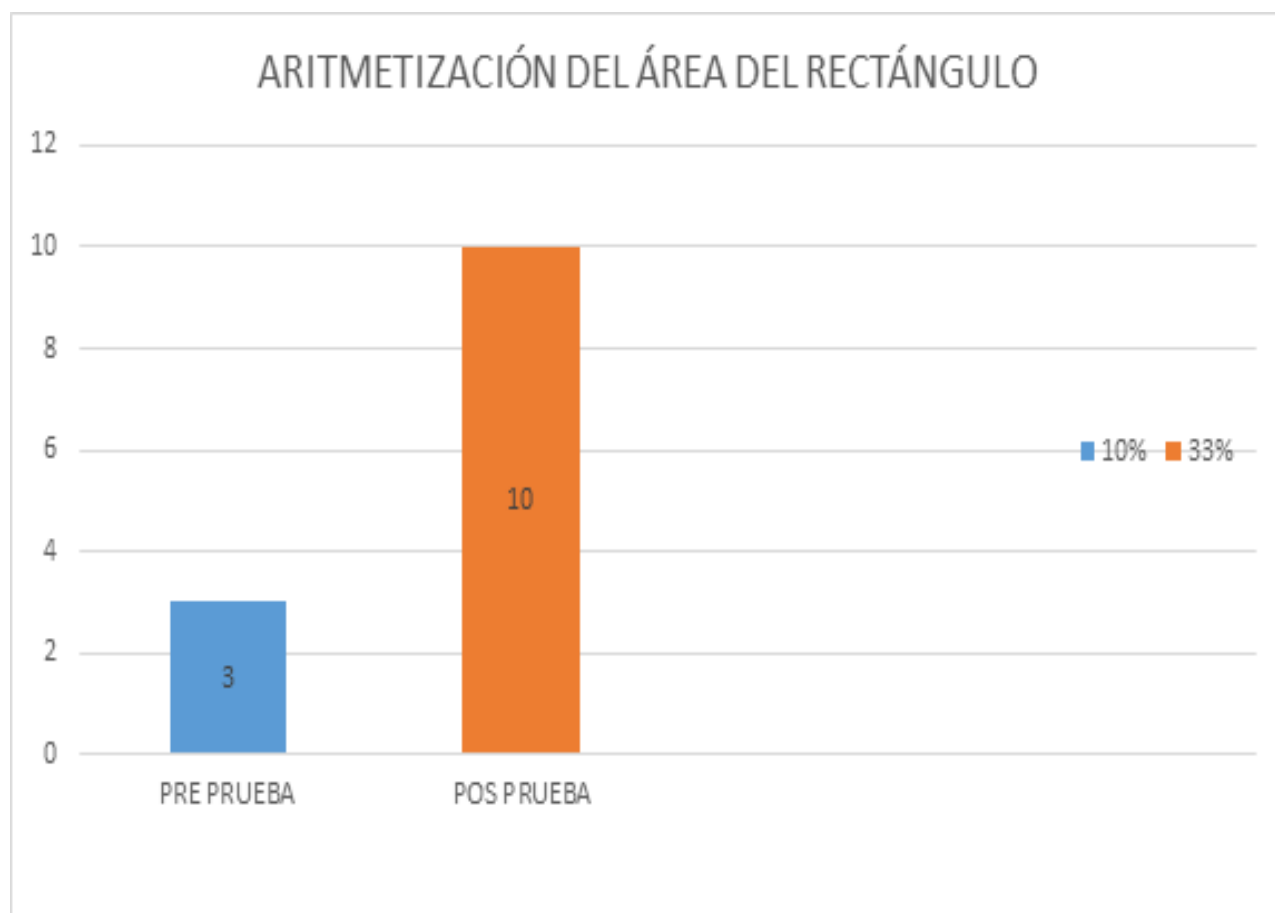
6.4.5 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de perímetro (UP).De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en el uso de unidades de perímetro muestran que 0 alumnos de 30 (0%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 6 de 30 (20%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 16,6 puntos porcentuales en el uso de unidades de perímetro (Gráfico 5).

Figura No. 5. Mejoramiento en el uso de unidades de perímetro.



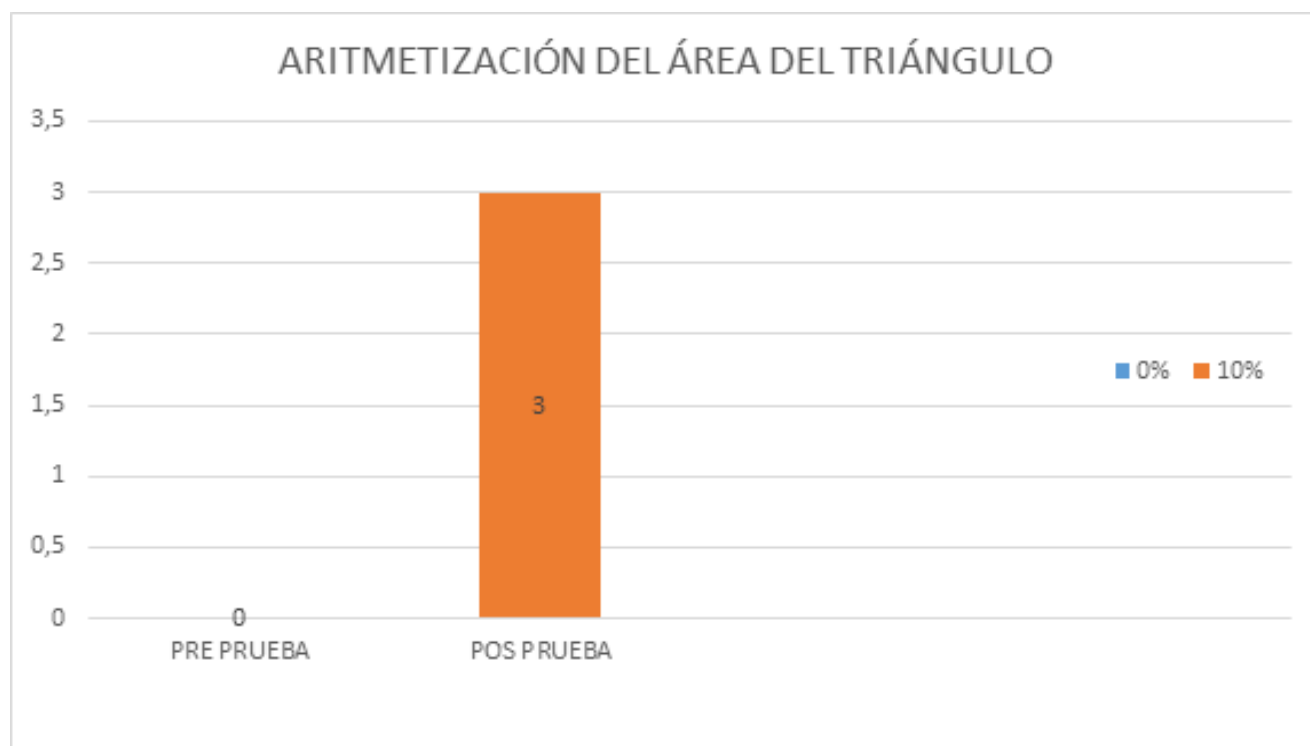
6.4.6 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del área del rectángulo (AAR).De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en la aritmetización del área del rectángulo muestran que 3 alumnos de 30 (10,0%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 10 de 30 (33,3%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 23,2 puntos porcentuales en la aritmetización del área del rectángulo (Gráfico 6).

Figura No. 6. .Mejoramiento en la aritmetización del área del rectángulo.



6.4.7 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del área del triángulo (AAT).De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en la aritmetización del área del triángulo muestran que 0 alumnos de 30 (0,0%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 3 de 30 (10,0%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 10 puntos porcentuales en la aritmetización del área del triángulo (Gráfico 7.).

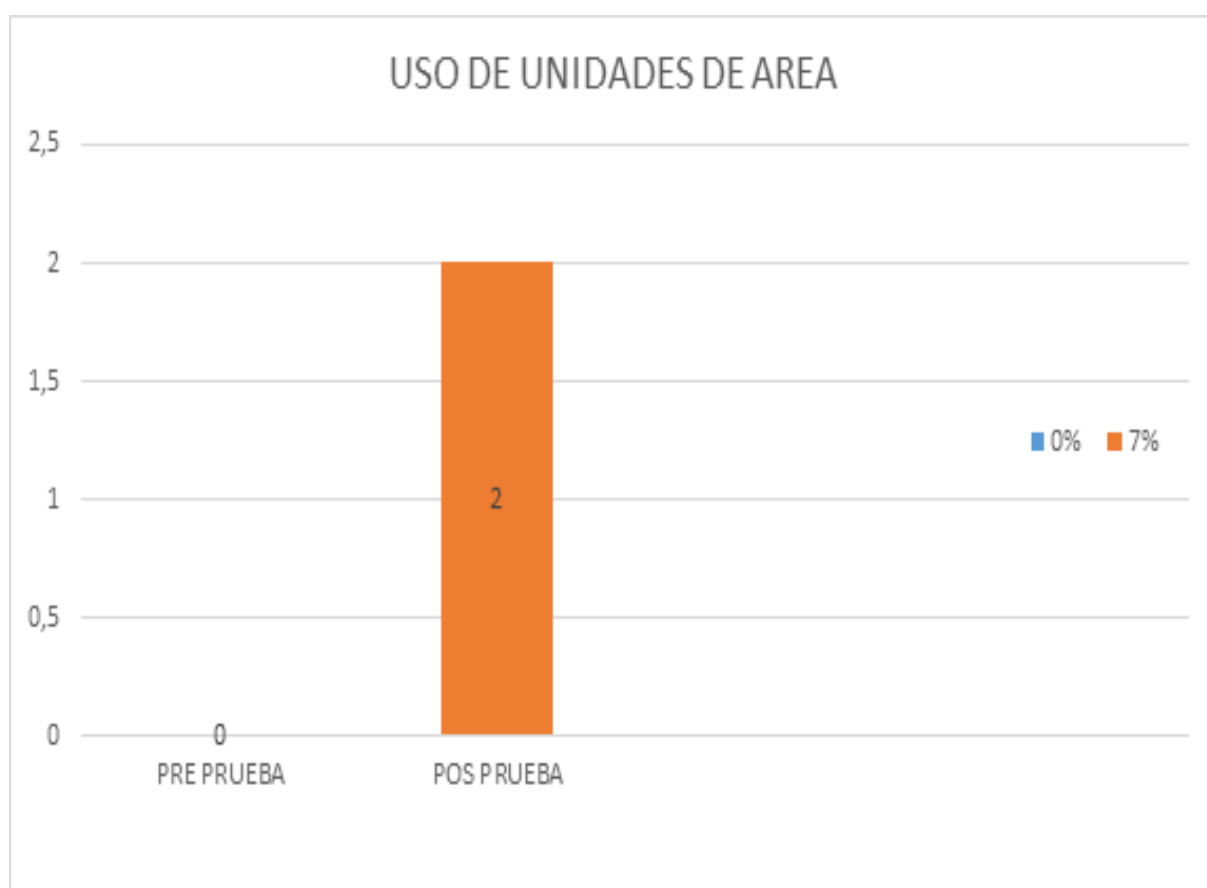
Figura No. 7. Mejoramiento en la aritmetización del área del triángulo.



6.4.8 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de área (UA).

De acuerdo a los resultados de la tabla 9 y 10, los resultados en el uso de unidades de área muestran que 0 alumnos de 30 (0%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 2 de 30 (6,6%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 6,6 puntos porcentuales en el uso de unidades de área (Gráfico 8.).

Figura No. 8. Mejoramiento en el uso de unidades de área.



6.4.9 Resultado referido al objetivo de los errores más frecuentes en el aprendizaje del perímetro y del área. La siguiente tabla 11 muestra los errores más frecuentes cometidos por las estudiantes al responder la pre prueba (Anexo 1) y la pos prueba (Anexo2):

Tabla 11

Errores más frecuentes en el aprendizaje de perímetro y área

CONSERVACIÓN DE PERÍMETRO	
Pre prueba (Anexo 1 y 3)	Pos prueba (Anexo 2 y 3)
Las estudiantes cuentan la unidad de longitud como unidad de área. Confundiendo área con el perímetro.	Para calcular el perímetro las estudiantes cuentan los puntos de inicio y final en vez de cada segmento y omiten uno de los segmentos que conforman las esquinas.
Se basaron en una dimensión para establecer su juicio acerca del perímetro.	Las estudiantes cuentan los lados sin tener en cuenta la unidad patrón.
CONSERVACIÓN DE ÁREA	
Pre prueba	Pos prueba
Se basaron en una dimensión lineal, el largo o el ancho, para establecer el área.	Confunden el perímetro con el área.
Fallaron en el conteo porque incluyeron la unidad patrón.	Fallaron al realizar el conteo.
ARITMETIZACIÓN DEL PERÍMETRO DEL RECTÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Para calcular el perímetro del rectángulo multiplican los valores de las medidas de los lados, en vez de sumarlos.	Para calcular el perímetro del rectángulo multiplican los valores de las medidas de los lados
En su gran mayoría no realizaron ningún tipo de cálculo.	El cálculo del perímetro lo realizan sumando solo dos lados, desconociendo los otros dos.
USO DE UNIDADES EN LA ARITMETIZACIÓN DE PERÍMETRO DEL RECTÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Al expresar el perímetro omiten las unidades.	Desconocen la unidad asignada para expresar el perímetro del rectángulo.
	Omiten las unidades de perímetro del rectángulo.

ARITMETIZACIÓN DEL PERÍMETRO DEL TRIÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
No realizaron alguna operación.	Para calcular el perímetro del triángulo suman sus lados pero cometen errores en la suma.
	El perímetro lo calculan multiplicando los valores dados.
UNIDADES DE ARITMETIZACIÓN DEL PERÍMETRO DEL TRIÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Al expresar el perímetro omiten las unidades.	Desconocen la unidad asignada para expresar el perímetro del triángulo.
	Omiten las unidades de perímetro del triángulo.
ARITMETIZACIÓN DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Omitieron responder el ítem.	Para calcular el área del rectángulo multiplican los valores de las medidas de los lados, pero fallan en los resultados de la multiplicación.
UNIDADES EN LA ARITMETIZACIÓN DEL ÁREA DEL RECTÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Omiten las unidades al expresar el área del rectángulo.	Desconocen la unidad empleada.
ARITMETIZACIÓN DEL ÁREA DEL TRIÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Omitieron responder el ítem.	Calculan el área del triángulo como si fuera un rectángulo.
	Suman los dos valores correspondientes a las medidas de los lados.

USO DE LAS UNIDADES EN LA ARITMETIZACIÓN DEL ÁREA DEL TRIÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Omitieron responder el ítem.	Desconocen la unidad asignada.
	Utilizan la palabra “unidad” reemplazando la unidad asignada.

Al analizar la tabla 11, encontramos que en:

- la conservación de perímetro:
 - Aparece la confusión perímetro – área, reseñados, entre otros, por Del Olmo, Moreno y Gil (1993), Chamorro (2003) y Mántica y otros (2002).
 - No comprenden todavía la necesidad de que la unidad de medida sean todas del mismo tamaño, que según Piaget, citado por Dickson, Brown y Gibson, (1991), ocurre en el niño a la edad de 6 ó 7 años.
- la conservación del área:
 - Confunden área con perímetro.
 - Los juicios de conservación de área se basan en una dimensión lineal, que según Piaget, citado por Dickson, Brown y Gibson, (1991), se da en el 1^{er} o 2^o año de pre escolar.
- la aritmetización del perímetro del triángulo o del rectángulo:
 - No recuerdan la fórmula.
- el uso de unidades de perímetro:
 - No reconocen la unidad y no la escriben.
- la aritmetización del área del rectángulo o del triángulo:

- No recuerdan la fórmula para calcular el área.
- Confunden el área del triángulo con la del rectángulo.
- el uso de unidades de área:
 - Omiten la unidad de área correspondiente, siendo poco operativa, dificultad reseñada por Rogalski (1982).

Adicionalmente, 16 alumnos de 30 (53,3%) conservaron el área, pero no conservaron el perímetro en la pre prueba; mientras que en la pos prueba fueron 10 de 30 (33,3%), corroborando los resultados obtenidos por Hart (1984), en el sentido de que la conservación de longitud no es un requisito para la conservación del área.

6.4.10 Resultado referido a la valoración de la metodología por parte de las alumnas. Una vez finalizada la aplicación de la innovación pedagógica para la conceptualización del perímetro y área, se realizó una encuesta con escala Likert (Anexo 4) para determinar la valoración de la metodología por parte de las 30 estudiantes de 7B. La tabla 12 muestra los resultados:

Tabla 12

Resultados de la encuesta

Afirmación	De acuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo
La metodología fue distinta respecto a la de años anteriores en el tema de perímetro y área.	18/30 60%	1/30 3,3%	11/30 36,7%
Te gusta esta manera de aprender la geometría.	27/30 90%	1/30 3,3%	2/30 6,7%
El material utilizado fue adecuado para el desarrollo de las temáticas.	28/30 93,3%	1/30 3,3%	1/30 3,3%

El tiempo empleado para desarrollar las actividades fue suficiente.	18/30 60%	5/30 16,7%	7/30 23,3%
Las estrategias de evaluación utilizadas fueron adecuadas para la metodología aplicada.	27/30 80%	1/30 3,3%	2/30 6,7%
Consideras que la metodología te ayudó a comprender mejor el tema de perímetro y área.	24/30 80%	1/30 3,3%	5/30 16,7%

De los resultados de la tabla 12 se infiere que:

- La valoración más alta (93%) fue el material utilizado, lo que indica que la representación enactiva de Bruner, que involucra la acción sobre material concreto, es un aspecto relevante para las alumnas en la enseñanza y el aprendizaje del perímetro y del área, teniendo en cuenta también que al 90% le gusta esta manera de aprender geometría.
- El 80% considera que las estrategias de evaluación fueron adecuadas para la metodología y que la metodología le ayudó a comprender mejor el tema de perímetro y área. Esta última apreciación es coherente con los resultados cuantitativos, en los que las alumnas mejoraron en todos los objetivos específicos.
- El 60% considera que el tiempo empleado fue suficiente, lo que muestra que a las alumnas les hubiera gustado tener más tiempo para desarrollar la temática. Sin embargo, el mismo porcentaje considera que la metodología fue distinta respecto a la de años anteriores en el tema de perímetro y área.
- En resumen, la metodología tiene un rango de aceptación del 60% al 93,3%.

7. Reflexión sobre la práctica realizada

La tabla 13 muestra la reflexión del grupo sobre la práctica realizada:

Tabla 13

Reflexión sobre la práctica realizada

CRITERIO	INFORMACIÓN
Aprendizajes logrados	Conceptualización de perímetro y área basados en el recubrimiento. Cálculo del perímetro del triángulo.
Desaprendizajes realizados	Reconocimiento de la unidad de medida para el cálculo del perímetro y área de polígonos.
Logros significativos	Aplicar la propuesta de innovación. El entusiasmo de las estudiantes por realizar las actividades propuestas. Los avances mostrados por las estudiantes en la conceptualización de perímetro y área.
Dificultades u obstáculos superados, cómo los superó y qué aprendió de ellos	Una de las dificultades fue el tiempo requerido para la aplicación de las actividades, se logró ajustar tomando horas de las que corresponden a otras asignaturas. Se aprendió para obtener mejores resultados, el tiempo es un factor importante en la implementación y apropiación de las actividades propuestas en una innovación.
Procesos de mejoramiento que debe implementar en su práctica pedagógica	Es necesario aplicar los sistemas de representación de Bruner desde edades tempranas para alcanzar avances significativos en el aprendizaje de la geometría.

8. Conclusiones

Después de la planeación, implementación y análisis de resultados de esta propuesta de innovación, se concluye que:

- El objetivo general de mejorar el aprendizaje del perímetro y del área se alcanzó totalmente, ya que cada uno de los objetivos específicos mejoraron en un rango del 6,6% al 53,3%.
- El menor mejoramiento (6,6%) en los objetivos específicos se presentó en el uso de unidades de área, en este caso el cm^2 , al aritmetizar el área de un triángulo o de un rectángulo. El error más usual es no escribirla. Esta situación está relacionada con los resultados encontrados por Rogalski (1982), quien señala en su investigación que el cm^2 es una unidad poco operativa en los alumnos.
- Otras de las dificultades más relevantes que nos muestran los resultados están: la confusión de los conceptos de perímetro y área, reseñados por Del Olmo, Moreno y Gil (1993), Chamorro (2003) y Mántica y otros (2002) y el conteo incorrecto en la asignación numérica.
- En la conservación del perímetro, en la pre prueba, uno de los dos errores más frecuentes es que no comprenden todavía la necesidad de que la unidad de medida sean todas del mismo tamaño, que según Piaget, citado por Dickson, Brown y Gibson, (1991), ocurre en el niño a la edad de 6 ó 7 años.
- En la conservación del área, en la pre prueba, uno de los errores más frecuentes es que los juicios de conservación de área se basan en una dimensión lineal, que según Piaget, citado por Dickson, Brown y Gibson, (1991), se da en el 1^{er} o 2^o año de pre escolar.

- Con respecto a la valoración de la metodología por parte de las alumnas, esta varía del 60% al 93,3%, siendo el aspecto más valorado (93,3%) el material utilizado (relacionado con la representación enactiva de Bruner), seguido del gusto por la metodología (90%), las estrategias de evaluación (80%) y la efectividad en la comprensión del perímetro y del área (80%).
- Los aspectos menos valorados por las alumnas son el tiempo empleado para las actividades y la diferenciación de la manera de aprender este tema con respecto a los años anteriores, ambas con un 60% de aceptación.

9. Recomendaciones

Para finalizar esta propuesta de innovación el grupo de maestrantes sugiere tener en cuenta los siguientes aspectos para futuras innovaciones en el aprendizaje el perímetro y área de polígonos:

- Implementar el uso de los sistemas de representación de Bruner para la enseñanza y el mejoramiento de los aprendizajes de la geometría desde la básica primaria.
- Capacitar a docentes en el diseño y uso de las herramientas didácticas manipulables e interactivas para la enseñanza de la geometría desde la básica primaria a la media, basados en los sistemas de representación de Bruner.
- Diseñar e implementar propuestas de innovación que permitan mejorar el uso de unidades de medida en el cálculo de perímetro y área de polígonos.
- Hacer adaptación de esta propuesta de innovación con respecto a las actividades planeadas y los tiempos asignados.

10. Referencias

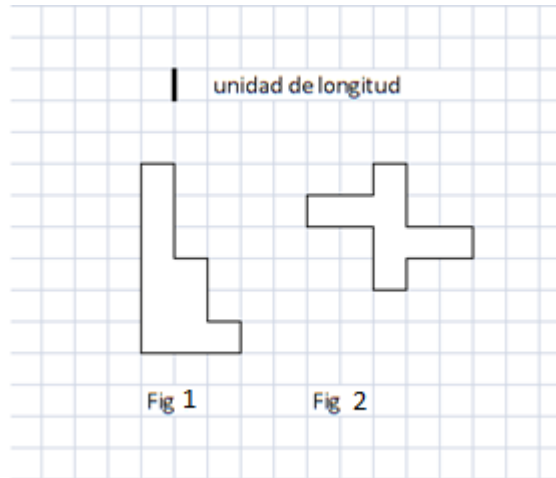
- Bruner, J. (1980). *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid: Pablo del Río.
- Bruner, J. (1997). *La educación, puerta de la cultura*. Madrid: Visor.
- Bruner, J. (2002). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid: Alianza.
- Bruner, J. (2004). *Desarrollo cognitivo y educación*. 5ª ed. Madrid: Morata.
- Chamorro, C. y Belmonte, J. (2000). *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Síntesis.
- Chamorro, M. (Ed). (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson – Prentice Hall.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Labor y M.E.C.
- Hart, K. (1984). Which comes first – Length, Area or Volume? *The Arithmetic Teacher*, 31(9), 16-18, 26-27.
- Hernández, R., Fernández, C y Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. 4ª ed. México, D.F: Mc Graw-Hill.
- Mántica, A. (2002). La confusión entre área y perímetro. Análisis de una propuesta áulica. *Educación Matemática*, 14(1), 111-119.
- Marmolejo, G. y González, M. (2015). El área de superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la cuestión. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 10(1), 45-57. Recuperado de <http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v10n1/v10n1a04.pdf>

- MEN (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional – Magisterio.
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemática, Ciencias y Ciudadanas*. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional - Magisterio.
- Moise, E. y Downs, F. (1970). *Geometría Moderna*. EEUU: Fondo Educativo Interamericano, S.A.
- Pozo, J. (2001). *Humana mente: El mundo, la conciencia y la carne*. Madrid: Morata.
- Rogalski, J. (1982). Acquisition de notions relatives a la dimensionalite des mesures spatiales (longueur, surface). *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 3(3), 343-396.
- Rojas, C. (2016). *Introducción a la geometría*. 2ª ed. Barranquilla: Universidad del Norte.
- Turégano, P. (1989). Propuesta metodológica para tratar de subsanar las dificultades didácticas y teóricas que se observan en la adquisición del concepto cualitativo del área. *Revista de la Facultad de Educación Albiceleste*, 3, 235-256. Recuperado de <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2282566>

11. Anexos

Anexo 1. Pre Prueba

1. Observa la **figura 1** y **2**.



Si la unidad de longitud es el lado de un cuadrado de la cuadrícula, escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

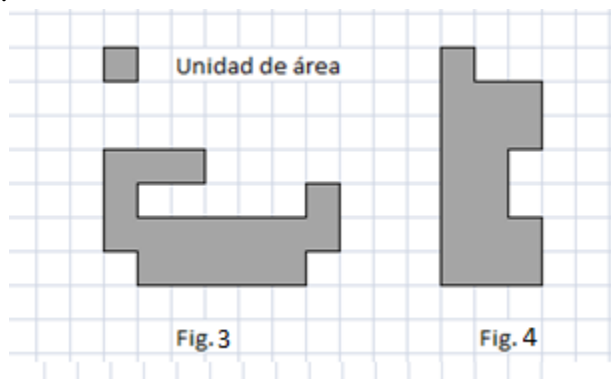
- a. El perímetro de la figura 1 es **igual** al perímetro de la figura 2. ()
- b. El perímetro de la figura 1 es **menor** que el perímetro de la figura 2. ()
- c. El perímetro de la figura 1 es **mayor** que el perímetro de la figura 2. ()

¿Por qué? R/ _____

¿Cuál es el perímetro de la figura 1? R/ _____

¿Cuál es el perímetro de la figura 2? R/ _____

4. Observa la **figura 3** y **4**.



Si la unidad de área es un cuadrado de la cuadrícula, escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

- a. El área de la figura 3 es **igual** al área de la figura 4. ()
- b. El área de la figura 3 es **menor** al área de la figura 4. ()
- c. El área de la figura 3 es **mayor** al área de la figura 4. ()

¿Por qué? R/ _____
_____.

¿Cuál es el área de la figura 3? R/ _____.

¿Cuál es el área de la figura 4? R/ _____.

3. El perímetro de un rectángulo de base 7 cm y altura 8 cm es: _____.

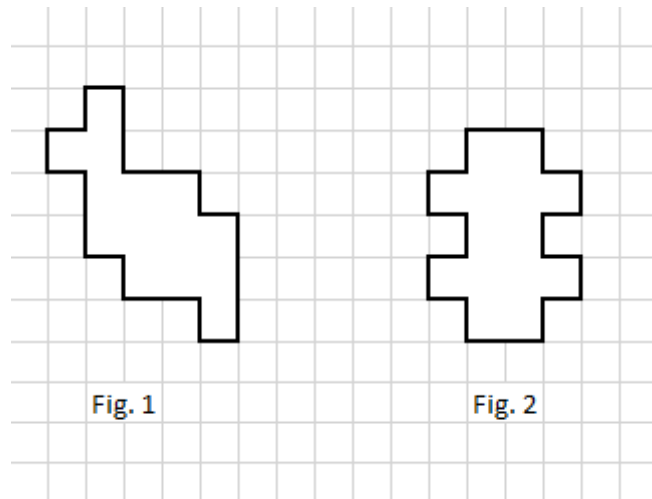
4. El perímetro de un triángulo de lados 5 cm, 9 cm y 3cm es: _____.


5. El área de un rectángulo de base 9 cm y altura 3 cm es: _____.

6. El área de triángulo de base 7 cm y altura 4 cm es: _____.

Anexo 2. Pos Prueba

1. Observa la **figura 1** y **2**.



Si la unidad de longitud es el lado de un cuadrado de la cuadrícula,  escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

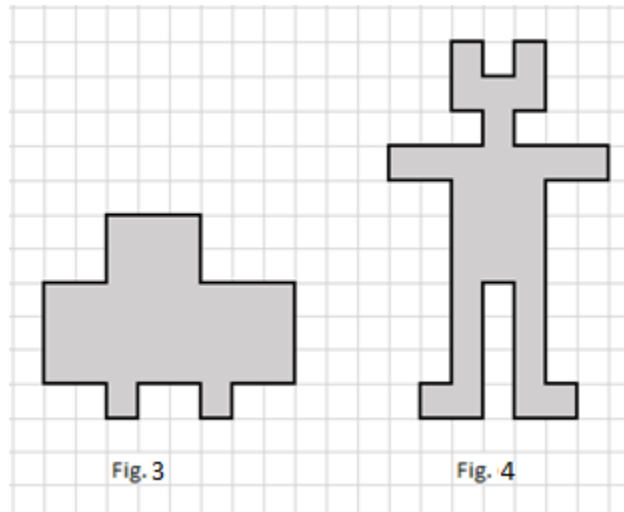
- a. El perímetro de la figura 1 es **igual** al perímetro de la figura 2. ()
- b. El perímetro de la figura 1 es **menor** que el perímetro de la figura 2. ()
- c. El perímetro de la figura 1 es **mayor** que el perímetro de la figura 2. ()

¿Por qué? R/ _____.

¿Cuál es el perímetro de la figura 1? R/ _____.

¿Cuál es el perímetro de la figura 2? R/ _____.

2. Observa la **figura 3** y **4**.



Si la unidad de área es un cuadrado de la cuadrícula, escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

- a. El área de la figura 3 es **igual** al área de la figura 4. ()
- b. El área de la figura 3 es **menor** al área de la figura 4. ()
- c. El área de la figura 3 es **mayor** al área de la figura 4. ()

¿Por qué? R/ _____

¿Cuál es el área de la figura 3? R/ _____.

¿Cuál es el área de la figura 4? R/ _____.

- 3. El perímetro de un rectángulo de base 5 cm y altura 9 cm es: _____.
- 4. El perímetro de un triángulo de lados 8 cm, 7 cm y 10 cm es: _____.
- 5. El área de un rectángulo de base 9 cm y altura 3 cm es: _____.
- 6. El área de triángulo de base 12 cm y altura 3 cm es: _____.

Anexo 3. Criterios y rango de valoración de las pruebas

ITEM	OBJETIVO	CRITERIO DE EVALUACIÓN
1	Conservación de perímetro	0 si no sabe o no responde. 1 si selecciona correctamente, pero no hay justificación o es incorrecta. 2 si la selección y la justificación son correctas.
2	Conservación de área	0 si no responde. 1 si selecciona correctamente, pero no hay justificación o es incorrecta. 2 si la selección y la justificación son correctas.
3	Aritmetización de perímetro del rectángulo	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.
	Uso de unidades de perímetro	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.
4	Aritmetización de perímetro de triángulo	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.
	Uso de unidades de perímetro	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.
5	Aritmetización del área del rectángulo	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.
	Uso de unidades de área	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.
6	Aritmetización del área de triángulo	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.
	Uso de unidades de área	0 si no responde. 1 si responde incorrectamente. 2 si responde correctamente.

Rango máximo de las pruebas	
ITEM	MÁXIMO
1	2
2	2
3	4
4	4
5	4
6	4
TOTAL	20

Rango: de 0 a 20 puntos.

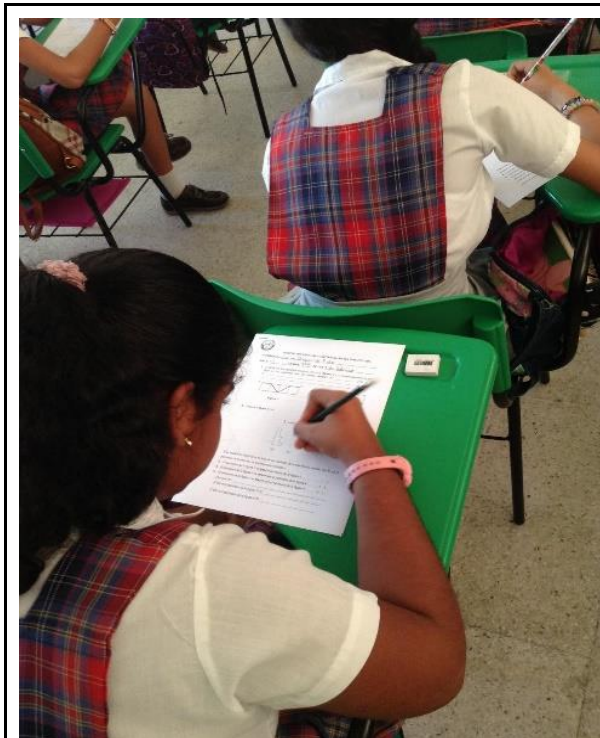
Anexo 4. Encuesta para determinar la valoración de la metodología con relación al desarrollo de la innovación pedagógica

Marca con una **x** en la casilla correspondiente:

Afirmación	De acuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo
La metodología fue distinta respecto a la de años anteriores en el tema de área y volumen de sólidos.			
Te gusta esta manera de aprender la geometría.			
El material utilizado fue adecuado para el desarrollo de las temáticas.			
El tiempo empleado para desarrollar las actividades fue suficiente.			
Las estrategias de evaluación utilizadas fueron adecuadas para la metodología aplicada.			
Consideras que la metodología te ayudó a comprender mejor el tema de área y volumen de sólidos.			

Anexo 5. Evidencia fotográfica de la propuesta de innovación

Aplicación de la pre prueba



Estudiantes del grupo experimental, realizando la prueba diagnóstica.

Prueba diagnóstica (Pre prueba)

INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL MARÍA INMACULADA

NOMBRE _____

EDAD 12 GRADO 7ºB FECHA 1 de febrero

1. ¿Cuál de los dos siguientes trayectos, AB y CD , (figuras 1 y 2, respectivamente), es más largo si los cuadrados son del mismo tamaño? R/ ? ¿Por qué?

Figura 1: A path from point A to point B consisting of 4 horizontal segments and 4 vertical segments, forming a zigzag pattern.

Figura 2: A path from point C to point D consisting of 4 horizontal segments and 4 vertical segments, forming a rectangular path.

2. Observa la figura 3 y 4.

Figura 3: A shape composed of 5 unit squares.

Figura 4: A shape composed of 5 unit squares.

Si la unidad de longitud es el lado de un cuadrado de la cuadrícula, escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

a. El perímetro de la figura 3 es igual al perímetro de la figura 4. ()

b. El perímetro de la figura 3 es menor que el perímetro de la figura 4. ()




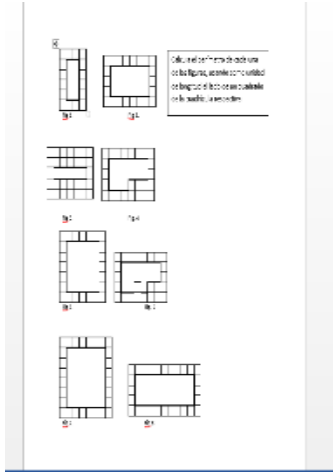
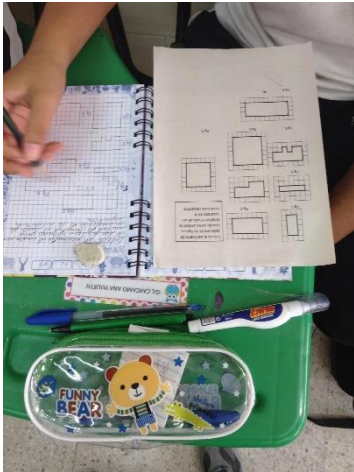
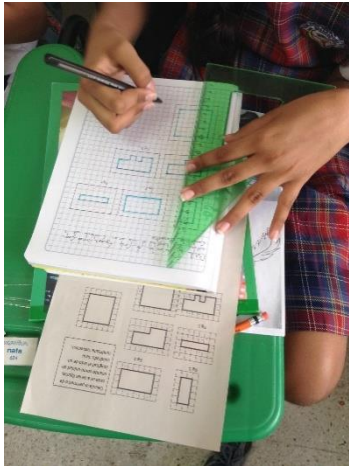
c. El perímetro de la figura 3 es mayor que el perímetro de la figura 4. (X)

¿Por qué? R/ El perímetro de la F. 3 es 10 y el perímetro de la F. 4 es 8


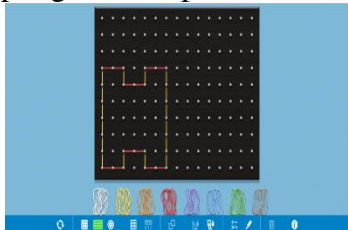

¿Cuál es el perímetro de la figura 3? R/ 10

¿Cuál es el perímetro de la figura 4? R/ 8


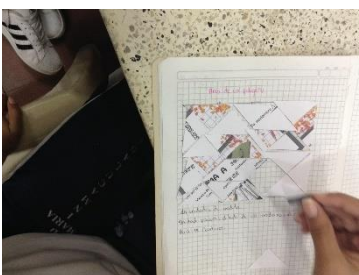

Conservación del perímetro e identificación de figuras isoperimétricas

 <p>Midiendo el contorno de la baldosa del salón con palitos de helado.</p>	 <p>Estudiantes del grupo experimental, usando distintos patrones de medida para hallar el contorno de la misma figura.</p>	 <p>Estudiantes usando unidades de medida no estandarizadas para hallar el perímetro de una baldosa.</p>
 <p>Ejercicios propuestos para desarrollar de manera grupal.</p>	 <p>Estudiantes del grupo experimental desarrollando los ejercicios propuestos para el cálculo de perímetro con unidades no estandarizadas</p>	 <p>Estudiantes del grupo experimental desarrollando los ejercicios propuestos para el cálculo de perímetro con unidades no estandarizadas.</p>

Construcción de figuras isoperimétricas

	<p>Ejercicio virtual propuestos por las estudiantes para mostrar polígonos isoperimétricos.</p> 	
<p>Ejercicios propuestos por el docente para realizar de manera manual el cálculo del perímetro</p>	<p>Estudiantes del grupo experimental utilizando el tablero digital para crear figuras isoperimétricas con el Geoboard.</p>	

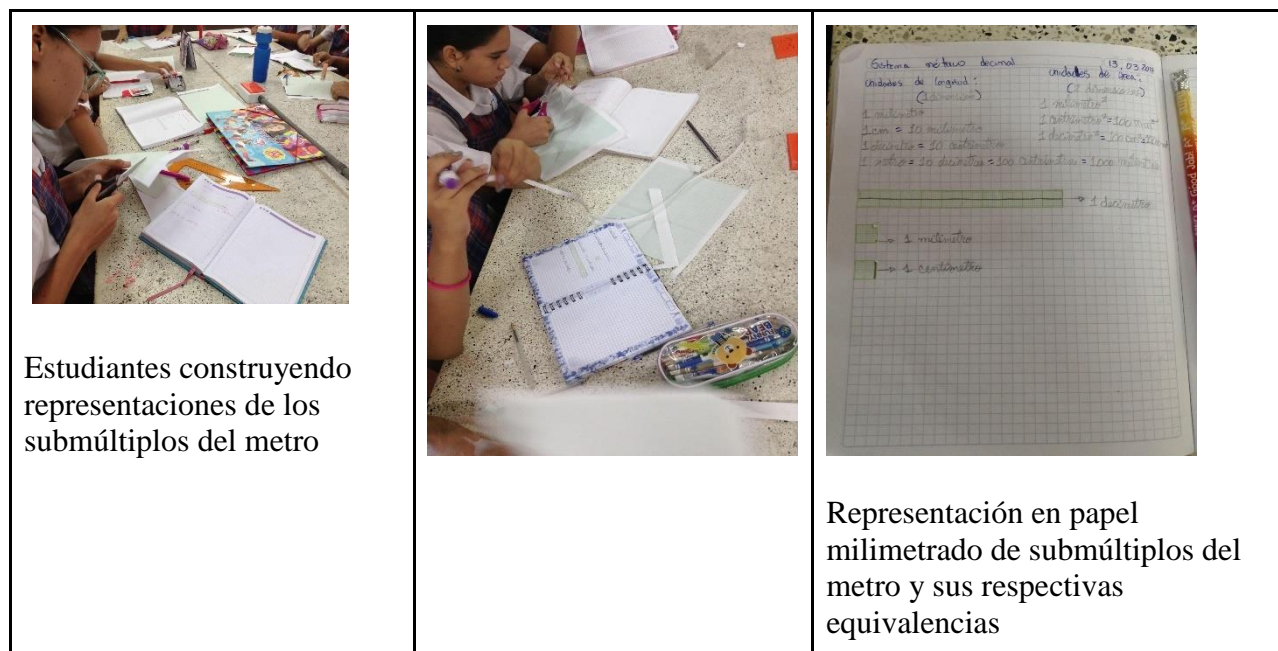
Recubrimiento de polígonos con unidad patrón y polígonos equivalentes

		
<p>Estudiantes hallando el área de un rectángulo mediante recubrimiento con unidades cuadradas</p>	<p>Utilizando unidades triangulares, calculan el área del rectángulo</p>	

Perímetro de polígonos con diagonales



Sistema métrico decimal



Pos prueba y encuesta tipo Likert



Estudiantes realizando la prueba final.



Aplicación de la prueba final y encuesta de satisfacción.

Anexo 6. Talleres implementados en la innovación

Conservación del perímetro con unidades no estandarizadas



IED María Inmaculada
Actividad de Geometría.

Nombre: _____ 7o ____ Feb /2017

Calcula el perímetro de cada una de las figuras, usando como unidad de longitud el lado de un cuadrado de la cuadrícula respectiva.

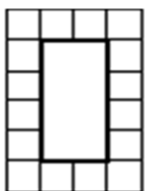


Fig 1.

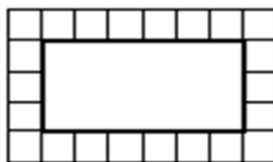


Fig 2.

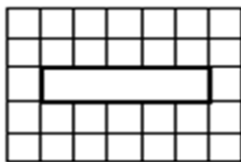


Fig 3.

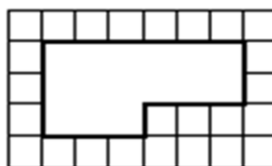


Fig. 4

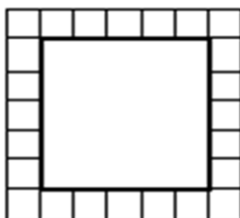


Fig 5.

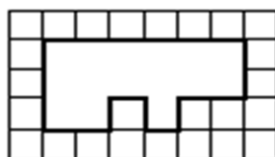


Fig. 6

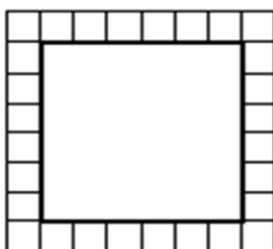


Fig 7.

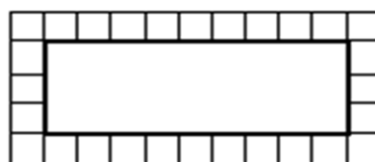


Fig 8.

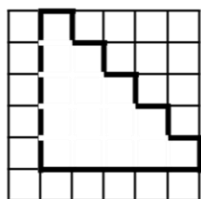
Construcción de figuras isoperimétricas



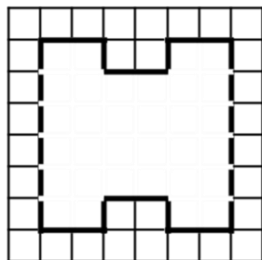
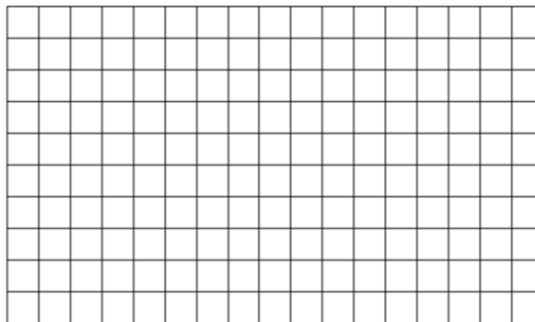
IED Ma Inmaculada
Actividad de Geometría.

Nombre: _____ 7o ____ Feb /2017

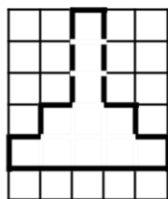
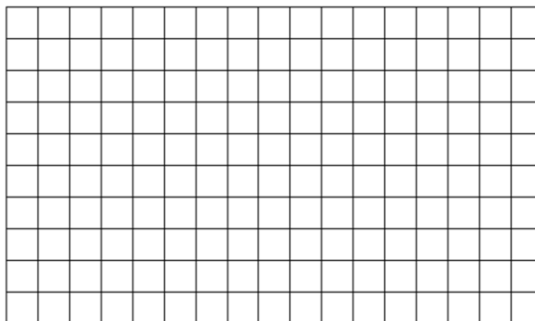
Observa las siguientes figuras, calcula su perímetro y construye una figura isoperimétrica frente a cada una, teniendo como unidad patrón la longitud del lado de un cuadrado de la cuadrícula



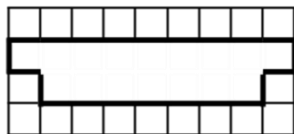
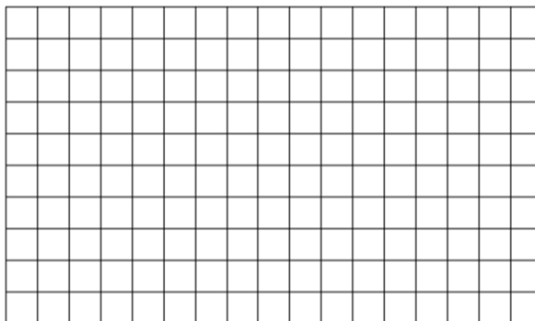
Perímetro



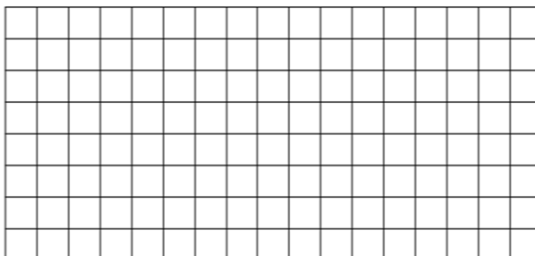
Perímetro



Perímetro



Perímetro



Conservación de perímetro y área con unidades no estandarizadas



IED María Inmaculada
Actividad de Geometría.

Nombre: _____ 7o ____ Feb /2017

Calcula el perímetro y el área de cada una de las figuras, si el lado de cada cuadrícula midiera 2 unidades. ¿Cuál será el perímetro y el área si mide 0,5 unidades?

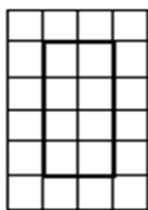


Fig 1.

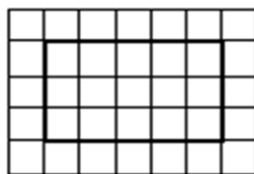


Fig 2.

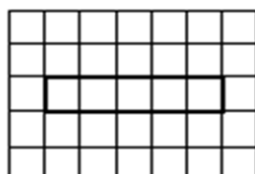


Fig 3.

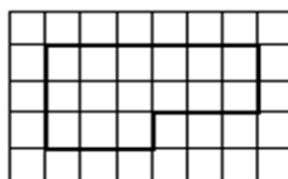


Fig. 4

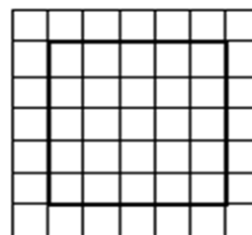


Fig 5.

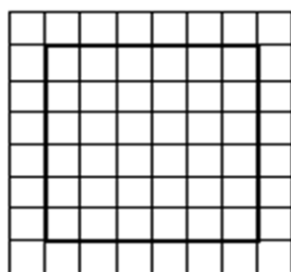


Fig 6.

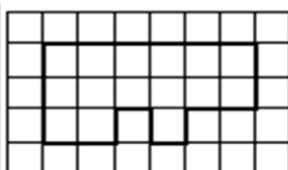


Fig. 7



Fig. 8

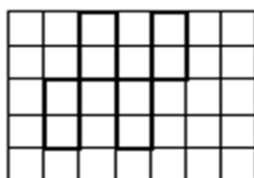


Fig 9.

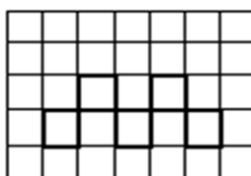


Fig 10.

Conservación de perímetro y área con diagonales



IED María Inmaculada
Actividad de Geometría.

Nombre: _____ 7o ____ Feb /2017

ACTIVIDAD 7

Calcula el perímetro de cada figura, teniendo como unidad patrón el lado de una cuadrícula y su área con el cuadrado de una cuadrícula.



Fig. 1

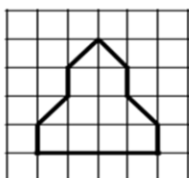


Fig. 2

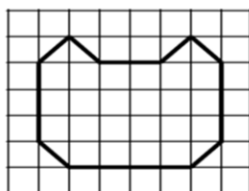


Fig. 3

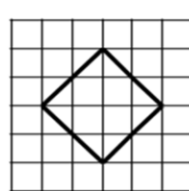


Fig. 4

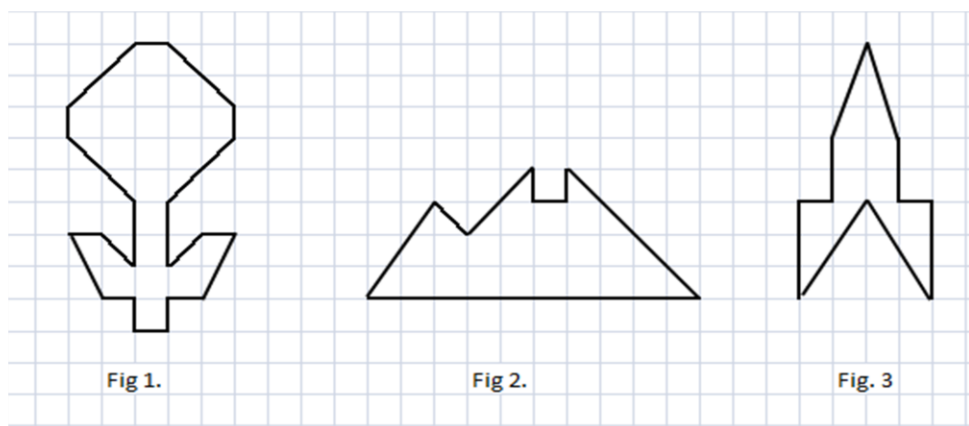
Conservación de perímetro y área con unidades estandarizadas



IED María Inmaculada
Actividad de Geometría.

Nombre: _____ 7o ____ Feb /2017

1. Observa las figuras siguientes, calcula perímetro y área seleccionando como unidad de longitud el lado de un cuadrado de la cuadrícula respectiva y como unidad de área la región de dicho cuadrado. (Escribe la solución con número decimal cuando sea necesario)



2. Dibuja en papel milimetrado las figuras anteriores, calcula el perímetro en cm y mm, y el área en cm^2 , mm^2 . (Escribe la solución con números decimales cuando sea necesario).
3. Dibuja una figura isoperimétrica a la figura 3 y un polígono equivalente a la figura 2.